МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА (МИИТ)»
(РУТ (МИИТ)

Одобрено кафедрой
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

Протокол №___ от____________ 201___г.

Автор: ______________________________

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ С МЕТОДИЧЕСКИМИ УКАЗАНИЯМИ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Уровень ВО: *Бакалавриат*

Форма обучения: Заочная

Курс: *3*

Специальность/Направление: *27.03.04 Управление в технических системах (УТб)*

Специализация/Профиль/Магистерская программа: *(УТ) Системы и технические средства автоматизации и управления*

Москва

ВВЕДЕНИЕ

Темой контрольной работы является «Применение методов решения оптимизационных задач».

Контрольная работа является средством проверки правильности усвоения студентами основных положений изучаемой дисциплины при самостоятельной подготовке. Целью контрольной работы является обучение студентов математическим моделям и методам решения экономических задач, базирующихся на понятии оптимизации и требующих большого объема вычислительной работы. Контрольная работа содержит теоретические вопросы (задания 1, 2) и задачу оптимизации плана выпуска продукции при ограниченных ресурсах (задание 3).

При ответе на теоретический вопрос контрольной работы следует пользоваться рекомендованной литературой.

При выполнении третьего задания из контрольной работы (решение задачи) необходимо воспользоваться методическими рекомендациями, которые включают в себя постановку задачи, необходимые сведения из теории, пример выполнения задания и содержание отчета.

Оформлять работу необходимо в печатном виде на листах формата А4 по требованиям, предъявляемым к оформлению контрольных и научных работ в МИИТ.

Контрольная работа должна быть подписана автором с указанием даты выполнения и списка использованных источников. На титульном листе контрольной работы необходимо указать: наименование кафедры, название дисциплины, курс, номер контрольной работы, свой шифр, фамилию, имя и отчество (полностью).

Вариант контрольной работы выбирается в соответствии с последней цифрой шифра (номера зачетной книжки студента).

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Задание к задаче 3:

Мебельная фабрика выпускает два вида изделий: шкафы и столы. В производстве применяется оборудование трех типов: фрезерные, сверлильные и шлифовальные станки. Нормы времени работы каждого вида оборудования в час, необходимые для изготовления одного изделия каждого вида, а также ресурсы рабочего времени для каждого вида оборудования, известны и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Оборудование	**Затраты машинного времени на обработку единицы продукции, ч**		**Эффективный фонд времени станков, ч**	**Цена за простой единицы оборудования, ден.ед.**
	Шкаф	**Стол**		
A_1 (фрезерные станки)	a_{11}	a_{12}	b_1	d_1
A_2 (сверлильные станки)	a_{21}	a_{22}	b_2	d_2
A_3 (шлифовальные станки)	a_{31}	a_{32}	b_3	d_3
Прибыль от реализации единицы продукции, ден.ед.	c_1	c_2		

Фабрика получает прибыль от изготовления и реализации одного шкафа в размере c_1 ден.ед. и одного стола – в размере c_2 ден.ед. Цена за простой 1 часа оборудования A_i составляет d_i ден.ед., $i = 1,2,3$. Эти данные содержатся в таблице.

Требуется определить план выпуска изделий каждого вида, при котором время работы оборудования не превышало бы допустимого фонда времени, и при этом

- во-первых, была получена наибольшая общая прибыль;
- во-вторых, был получен минимальный штраф за простой оборудования;
- в третьих, была получена наибольшая общая прибыль с учетом штрафа за простой оборудования.

Для решения задачи необходимо выполнить следующие пункты:

1. Составить математическую модель задачи при условии, что критерием оптимальности является максимальная прибыль от изготовления и реализации продукции. Решить полученную задачу линейного программирования графически и с помощью процедуры «Поиск решения» программного средства Excel.

2. Составить математическую модель при условии, что критерием оптимальности является минимальный штраф за простой оборудования. Решить задачу в Excel.

3. Составить математическую модель при условии, что критерием оптимальности является максимум общей прибыли за вычетом штрафа за простой оборудования. Решить задачу в Excel.

4. Показать соответствие оптимальных планов с вершинами допустимой области.

2. Задания по вариантам (согласно последней цифре шифра)

Вариант 1

1. Понятие об оптимизации, объекты оптимизации, критерий оптимизации.
2. Метод и алгоритм одномерного поиска оптимума.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		
Фрезерные	11	21	819	2,1
Сверлильные	7	12	483	0,3
Шлифовальные	21	3	756	0,1
Прибыль	40	37		

Вариант 2

1. Этапы решения оптимизационных задач.
2. Метод половинного деления в задачах безусловной одномерной оптимизации.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		
Фрезерные	2	22	792	0,3
Сверлильные	20	11	960	4,2

Шлифовальные	14	15	818	3,00
Прибыль	40	241		

Вариант 3

1. Виды задач оптимизации технологических процессов и методы их решения.
2. Метод "золотого сечения" при безусловной оптимизации.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		
Фрезерные	4	11	425	2,8
Сверлильные	6	21	777	3,4
Шлифовальные	27	4	972	0,1
Прибыль	80	115		

Вариант 4

1. Аналитические методы оптимизации в задачах безусловной одномерной оптимизации.
2. Метод безусловной оптимизации с использованием производной целевой функции.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		
Фрезерные	10	21	945	0,1
Сверлильные	23	1	552	1,2
Шлифовальные	12	2	322	2,2
Прибыль	20	22		

Вариант 5

1. Линейное программирование. Виды задач и методы их решения.
2. Метод Фибоначчи.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		
Фрезерные	17	3	457	0,7
Сверлильные	4	20	860	0,5
Шлифовальные	22	1	528	3,4
Прибыль	90	232		

Вариант 6

1. Нелинейное программирование. Графо-аналитический метод.
2. Метод покоординатного поиска оптимума многомерной целевой функции.
3. Задача

Станки	**Нормозатраты**		**Ресурс времени**	**Цена за простой ед.оборудования**
	Шкаф	**Стол**		

Фрезерные	14	6	530	1,9
Сверлильные	6	22	946	0,5
Шлифовальные	23	2	690	3,3
Прибыль	80	163		

Вариант 7

1. Геометрическая интерпретация целевой функции и ограничений в оптимизационных задачах.
2. Симплекс-метод или поиск по многограннику.
3. Задача

Станки	Нормозатраты		Ресурс времени	Цена за простой ед.оборудования
	Шкаф	Стол		
Фрезерные	8	8	408	3,00
Сверлильные	9	23	851	1,9
Шлифовальные	20	0	620	2,1
Прибыль	70	124		

Вариант 8

1. Методы безусловной многомерной оптимизации.
2. Метод наискорейшего спуска
3. Задача

Станки	Нормозатраты		Ресурс времени	Цена за простой ед.оборудования
	Шкаф	Стол		
Фрезерные	18	1	399	4,7
Сверлильные	3	20	840	0,2
Шлифовальные	21	0	441	3,7
Прибыль	30	100		

Вариант 9

1. Многокритериальные задачи оптимизации.
2. Метод градиентного поиска с регулируемой длиной нити.
3. Задача

Станки	Нормозатраты		Ресурс времени	Цена за простой ед.оборудования
	Шкаф	Стол		
Фрезерные	9	24	864	3,9
Сверлильные	6	10	414	2,3
Шлифовальные	21	12	966	0,4
Прибыль	80	89		

Вариант 10

1. Специальные виды программирования при решении задач оптимизации.
2. Метод переменной метрики.
3. Задача

Станки	Нормозатраты		Ресурс времени	Цена за простой ед.оборудования
	Шкаф	Стол		
Фрезерные	8	6	364	1,3
Сверлильные	5	20	780	0,1
Шлифовальные	26	11	962	3,7
Прибыль	70	166		

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Сведения из теории

В общем виде *задача оптимизации* ставится следующим образом: требуется найти совокупность чисел $x_1, x_2, ..., x_n$, для которых функция

$$z = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{3.1}$$

достигает наибольшего (наименьшего) значения, и при этом выполняются условия

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_1 \\ g_2(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_2 \\ ... \\ g_m(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_m \end{cases}. \tag{3.2}$$

Функция (3.1) носит название *целевой функции* или функции цели, неравенства (3.2) образуют *систему ограничений*. В этой системе могут быть также неравенства вида $\ge$, или равенства.

По смыслу задачи неизвестные $x_1, x_2, ..., x_n$, как правило, являются неотрицательными, то есть $x_j \ge 0$, $j = 1,2,..., n$. Эти условия могут содержаться среди неравенств (3.2), но могут также быть выписаны отдельно. Часть или даже все неизвестные задачи иногда должны быть целыми, тогда эти условия также включаются в систему ограничений.

Количество ограничений m и число неизвестных n характеризуют размерность задачи оптимизации.

Таким образом, в состав моделей оптимизации входят:

- целевая функция, выражающая в математической форме поставленную цель с точки зрения выбранного критерия оптимальности;
- система ограничений, то есть соотношения, которым должно удовлетворять решение данной задачи.

Любой набор переменных, удовлетворяющих системе ограничений, называется *допустимым решением* или *планом*. Совокупность всех допустимых решений называется допустимым множеством. Численные значения целевой функции позволяют определить качество различных допустимых решений в соответствии с выбранным критерием. *Оптимальное решение* (*оптимальный план*) представляет собой такое допустимое решение, при котором значение целевой функции достигает экстремальной величины.

Таким образом, если X^* – оптимальное решение задачи на максимум, то выполняется неравенство $z(X^*) \ge z(X)$ для любого допустимого решения X. В случае задачи на минимум имеет место неравенство противоположного смысла.

В зависимости от вида целевой функции и ограничительных условий в задачах оптимизации принято выделять следующие разделы:

- *линейное программирование*, в котором целевая функция, а также уравнения и неравенства системы ограничений линейны;
- *квадратичное программирование*, в котором целевая функция квадратична и выпукла, а допустимое множество определяется линейными равенствами и неравенствами;
- *выпуклое программирование*, в котором целевая функция и допустимое множество выпуклы;
- *дискретное программирование*, в котором допустимое множество дискретно, например, состоит из точек с целочисленными координатами;
- *сепарабельное программирование*, в котором целевая функция и ограничения являются сепарабельными функциями, т.е. представляют собой сумму функций, каждая из которых зависит только от одной переменной;
- *динамическое программирование*, в котором процесс оптимизации разбивается на ряд последовательных этапов;
- *стохастическое программирование*, в котором информация о задаче оптимизации носит элементы неопределенности, и некоторые ее параметры являются случайными величинами.

Основным и важнейшим методом линейной оптимизации является в настоящее время *симплексный* метод или метод *последовательного улучшения базисного плана.* Метод был разработан Дж.Данцигом в 1949 году. Но еще раньше, в 1939 году, советским ученым академиком Л.В.Канторовичем для решения задач линейного программирования был предложен так называемый метод разрешающих множителей, незначительно отличающийся от симплексного метода. Симплекс-метод дает возможность решать задачи линейного программирования как вручную, так и на вычислительных машинах. Через конечное число шагов (симплексных таблиц) или получается оптимальное решение или обнаруживается неразрешимость задачи линейного программирования.

Для решения общей задачи нелинейной оптимизации существует довольно много алгоритмов, однако лишь немногие оказываются эффективными для задач большой размерности. Ни один из этих алгоритмов не имеет по отношению к другим таких преимуществ, чтобы его можно было считать универсальным средством решения любых задач нелинейного программирования. При сравнении алгоритмов следует использовать следующие критерии: надежность, скорость решения, время подготовки задачи для решения, точность решения, степень выполнения ограничивающих условий. Методы нелинейной оптимизации принято классифицировать в зависимости от порядка производных, которые используются для максимизации (минимизации) целевой функции:

- методы нулевого порядка (методы поиска), при которых для поиска точки экстремума используются только значения целевой функции;
- методы первого порядка, при которых используются значения целевой функции и ее первых частных производных;
- методы второго порядка, при которых используются значения целевой функции и ее первых и вторых частных производных;

К *методам поиска* относятся: метод покоординатного спуска Пауэлла, метод Хука-Дживса, метод Розенброка, метод деформируемого многогранника (симплексный метод

Нелдера и Мида) и его модификация в виде комплексного метода Бокса для нелинейной оптимизации с ограничениями, методы случайного поиска.

К *методам 1-го порядка* относятся градиентные методы, метод сопряженных направлений, метод переменной метрики (Дэвидона-Флетчера-Пауэлла).

К *методам 2-го порядка* относится метод Ньютона.

Характерной особенностью вычислительной стороны методов решения задач оптимизации является то, что практическое использование этих методов требует огромной вычислительной работы, которую без ЭВМ реализовать крайне трудно, а в ряде случаев – невозможно. В первую очередь это связано с тем, что задачи оптимизации, формализующие реальные производственные ситуации, являются задачами большой размерности, недоступными для ручного счета.

Практическую реализацию методов оптимизации для учебных задач невысокой размерности удобно проводить средствами табличного процессора Microsoft Excel. Вычислительные возможности оптимизации объединены здесь с большим набором функций, присущих текстовому и графическому редакторам и другим приложениям пакета Microsoft Office. Excel позволяет выполнять линейную и нелинейную оптимизацию (для достаточно гладких функций f и g_i, входящих в задачу), осуществлять прогнозирование и поддержку принятия решений.

Важное достоинство табличного процессора состоит в возможности автоматического пересчета всех данных, связанных функциональными зависимостями, при изменении любого компонента таблицы. Тем самым студент может в определенной степени управлять процессом оптимизации и принятия решений.

2. Пример выполнения работы

Данные о задаче содержатся в табл. 2.

Таблица 2

Оборудование	**Затраты машинного времени на обработку единицы продукции, ч**		**Эффективный фонд времени станков, ч**	**Цена за простой единицы оборудования, ден.ед.**
	Шкаф	**Стол**		
A_1	13	14	762	1
A_2	9	22	946	6
A_3	21	4	840	1
Прибыль от реализации единицы продукции, ден.ед.	70	40		

Пусть x_1 и x_2 – количество шкафов и столов, которые необходимо изготовить на предприятии, пусть

z – общая прибыль от реализации готовой продукции,

w – суммарные издержки (штраф) предприятия за простой оборудования,

$F = z - w$ – общая прибыль от реализации готовой продукции за вычетом штрафа предприятия за простой оборудования.

2.1. Математическая модель максимизации прибыли

Фактическая загрузка по каждой группе оборудования равна: $13x_1 + 14x_2$ – для строгальных станков, $9x_1 + 22x_2$ – для фрезерных станков, $21x_1 + 4x_2$ – для шлифовальных станков. Коэффициенты при неизвестных обозначают здесь нормы затрат машинного времени на обработку одного шкафа и одного стола. Загрузка по каждой группе оборудования не должна превышать фонда машинного времени, т.е.:

$$\begin{cases} 13x_1 + 14x_2 \le 762 \\ 9x_1 + 22x_2 \le 946 \\ 21x_1 + 4x_2 \le 840 \end{cases}. \qquad (3.3)$$

Неизвестные, очевидно, должны быть неотрицательными:

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \qquad (3.4)$$

Неравенства (3.3) и (3.4) образуют систему ограничений. Общая прибыль от реализации готовой продукции (цель 1) выражается формулой

$$z = 70x_1 + 40x_2 \to \max. \qquad (3.5)$$

Таким образом, математическая модель задачи по критерию максимальной прибыли состоит в определении чисел x_1 и x_2, удовлетворяющих системе ограничений (3.3)-(3.4), для которых значение функции (3.5) будет максимальным. Это есть задача линейной оптимизации.

2.2. Математическая модель минимизации штрафа

Составим математическую модель для второго критерия. Из ограничений (3.1) следует, что время простоя станков равно:

$762 - (13x_1 + 14x_2)$ – для строгальных станков,

$946 - (9x_1 + 22x_2)$ – для фрезерных станков,

$840 - (21x_1 + 4x_2)$ – для шлифовальных станков,

поэтому суммарные издержки предприятия за простой оборудования (цель 2) составляют:

$$w = 1 \cdot (762 - 13x_1 - 14x_2) + 6 \cdot (946 - 9x_1 - 22x_2) + 1 \cdot (840 - 21x_1 - 4x_2), \qquad (3.6)$$

или

$$w = -88x_1 - 150x_2 + 7278 \to \min. \qquad (3.7)$$

Таким образом, математическая модель задачи по второму критерию состоит в минимизации целевой функции (3.7) при условиях, что неизвестные x_1 и x_2 удовлетворяют системе ограничений (3.3) и неравенствам (3.4). Это также есть задача линейной оптимизации.

2.3. Графическое решение задачи максимизации прибыли

На рис. 1 приведено графическое решение задачи по критерию (3.5). На основе системы ограничений (3.3)–(3.4) строится допустимая область в виде многоугольника OABCD. Покажем, например, как построена прямая I. В уравнении $13x_1 + 14x_2 = 762$ положим $x_1 = 0$, тогда получим $x_2 = \frac{762}{14} \approx 54{,}4$. Затем положим $x_2 = 0$, тогда $x_1 = \frac{762}{13} \approx 58{,}6$. Через две точки проведем прямую I. Неравенство $13x_1 + 14x_2 \le 762$ определяет полуплоскость, расположенную ниже этой прямой. Аналогично неравенство $9x_1 + 22x_2 \le 946$ задает полуплоскость, расположенную под прямой II, а неравенство $21x_1 + 4x_2 \le 840$ – полуплоскость, расположенную левее прямой III. Условия неотрицательности (3.4) в совокупности определяют первый квадрант координатной плоскости.

Оптимальное решение задачи по первому критерию определяется следующим образом. Строится вектор $p_1(70; 40)$, координаты которого равны (или пропорциональны) коэффициентам целевой функции (3.5). Перпендикулярно этому вектору изображается прямая (линия уровня целевой функции), которая перемещается в направлении вектора, пока прямая имеет общие точки с допустимой областью. Оптимальное решение по первому критерию есть точка пересечения допустимой области с линией уровня, отвечающей максимальному значению z_1. Это есть вершина C. Координаты точки $C(36; 21)$ определяются по графику приближенно. Они дают оптимальное решение задачи по первому критерию.

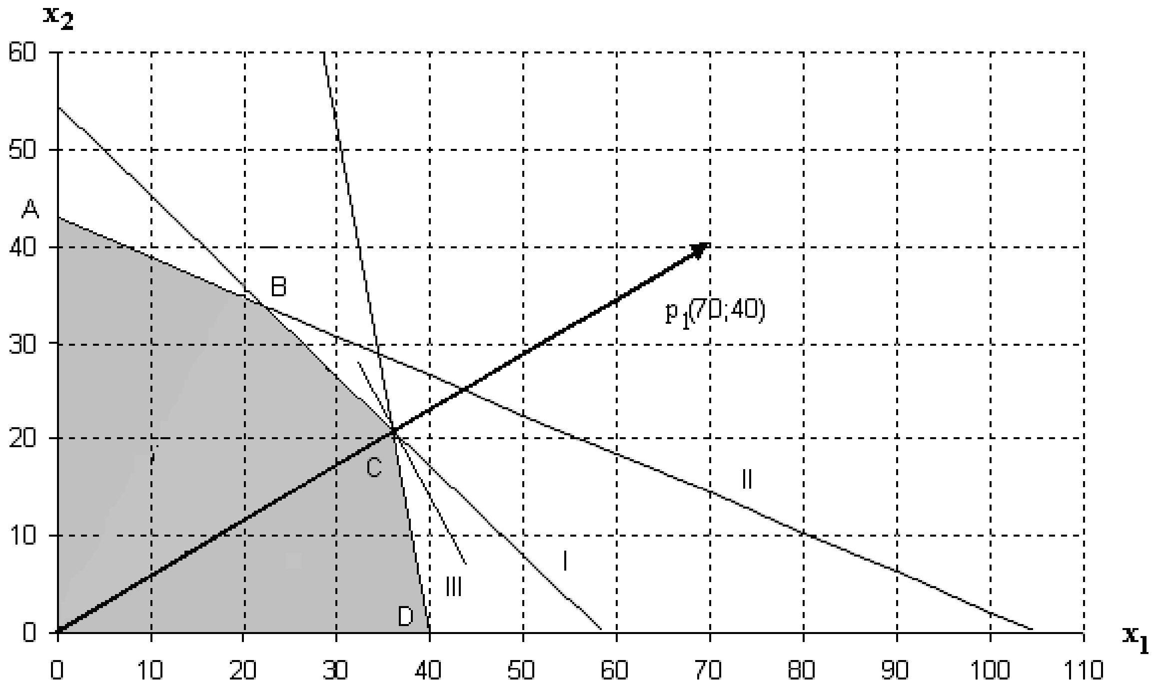

Рис. 1. Графическое решение задачи по первому критерию

Таким образом, выпуск продукции в количествах 36 и 21 ед. соответственно обеспечивает предприятию максимальную общую прибыль. Построение допустимой области можно выполнить в Excel. Для этого в соответствии с уравнениями системы (3.3) образуем табл. 3.3. В блок ячеек А3 : А14 введем значения аргумента x_1, изменяющегося от нуля до $\max\left(\frac{762}{13};\frac{946}{9};\frac{840}{21}\right)\approx 105{,}1$.

Таблица 3

	A	B	C	D
1	x_1	x_2		
2		**Прямая I**	**Прямая II**	**Прямая III**
3	0	54,43	43	210
4	10	45,14	38,9	158
5	20	35,86	34,8	105
6	30	26,57	30,7	52,5
7	40	17,29	26,6	0
8	50	8	22,5	–53
9	60	–1,29	18,5	–105
10	70	–10,6	14,4	–158
11	80	–19,9	10,3	–210
12	90	–29,1	6,18	–263
13	100	–38,4	2,09	–315
14	110	–47,7	–2	–368

В ячейки В3, С3 и D3 введем формулы из табл. 3.4, которые копируются на блок ячеек В4 : D14.

Таблица 4

B3	= (762 – 13 * A3) / 14
C3	= (946 – 9 * A3) / 22
D3	= (840 – 21 * A3) / 4

С помощью мастера диаграмм и блока ячеек В3: D14 из табл. 3 строятся графики прямых линий I, II и III. Используя пункт меню «Ряд» и «Подписи оси x», указывают значения аргумента x_1, содержащиеся в блоке ячеек А3: А14. После построения прямых следует выделить допустимую область, ограничив диаграмму снизу и сверху по вертикальной оси. Путем изменения размеров графика необходимо добиться, чтобы масштаб по осям координат был одинаковым. Подписи данных удобно сделать, используя пункт меню «Вид / Панели инструментов / Рисование».

2.4. Оптимизация общей прибыли в Excel

Решение задачи по первому критерию получим теперь в Excel. Организация данных для решения задачи по первому критерию представлена в табл. 5.

Таблица 5

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Целевая функция 1 – прибыль от реализации готовой продукции**						
2							
3	Продукция	Шкаф	Стол				

4	Значение	36	21				
5					Ограничения		
6	Станки			Левая часть	Знак	Правая часть	Штраф
7	Строгальные	13	14	762	<=	762	1
8	Фрезерные	9	22	786	<=	946	6
9	Шлифовальные	21	4	840	<=	840	1
10				ЦФ1->max		ЦФ2	960
11	Прибыль	70	40	3360			

Вначале ячейки B4 : C4 – пустые, они предназначены для записи решения задачи. В ячейке D7 записана формула

= СУММПРОИЗВ(B7 : C7; B4 : C4).

Содержимое ячеек D8, D9, D11 получено копированием формулы из D7.

В ячейке G10 записана формула

= СУММПРОИЗВ(G7 : G9; F7 : F9 – D7 : D9),

характеризующая суммарный штраф за простой оборудования, как это следует из формулы (3.6).

Далее идет обращение к процедуре «Поиск решения» в пункте меню «Сервис». Целевой ячейкой является D11. Оптимальный план выпуска продукции в количествах 36 и 21 ед. содержится в ячейках B4 : C4, максимальная прибыль (ячейка D11) равна $z_{\max} = 3360$ ден.ед. Штраф за простой оборудования составляет $w = 960$ ден.ед.

2.5. Оптимизация штрафа в Excel

Решение задачи по второму критерию выполняется в Excel на другом листе аналогично (см. табл. 6), но целевой ячейкой служит G10.

Таблица 6

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Целевая функция 2 – штраф за простой станков**						
2							
3	Продукция	Шкаф	Стол				
4	Значение	22	34				
5					Ограничения		
6	Станки			Левая часть	Знак	Правая часть	Штраф
7	Строгальные	13	14	762	<=	762	1
8	Фрезерные	9	22	946	<=	946	6
9	Шлифовальные	21	4	598	<=	840	1
10				ЦФ1		ЦФ2->min	242
11	Прибыль	70	40	2900			

Оптимальное решение по второму критерию (ячейки B4 : C4) состоит в выпуске шкафов и столов в количествах 22 и 34 ед., минимальный штраф за простой оборудования (ячейка G10) составляет $w_{\min} = 242$ ден.ед., При этом прибыль (ячейка D11) равна $z = 2900$ ден.ед.

Полученные результаты оптимизации по двум критериям сведены в табл. 7.

Таблица 7

Критерий оптимальности	Вершина на рис. 1	Продукция		Значения целевых функций	
		Шкаф	Стол	z, ден.ед.	w, ден.ед.
Прибыль от реализации продукции	C	36	21	3360	960
Штраф за простой станков	B	22	34	2900	242

На рис. 1 оптимальному плану по прибыли соответствует вершина C(36;21), а оптимальному плану по штрафу – вершина B(22;34).

2.6. Математическая модель оптимизации прибыли с учетом штрафа

Обратимся к третьему критерию оптимальности, равному разности общей прибыли предприятия от реализации готовой продукции и штрафа за простой оборудования. Математически задача состоит в максимизации функции

$$F = z - w \tag{3.8}$$

при ограничениях (3.3)-(3.4).

Используя соотношения (3.5) и (3.7), получим

$$F = 70x_1 + 40x_2 + 88x_1 + 150x_2 - 7278.$$

Тогда модель задачи состоит в определении чисел x_1 и x_2, удовлетворяющих системе ограничений (3.3)-(3.4), для которых целевая функция

$$F = 158x_1 + 190x_2 - 7278 \tag{3.9}$$

достигает максимума. Решение этой задачи выполним в Excel на третьем листе, как показано в табл. 8. Целевой ячейкой является G11, содержимое которой определяется формулой = D11 – G10, вытекающей из (3.8).

Таблица 8

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Целевая функция 3 – прибыль - штраф**						
2							
3	Продукция	Шкаф	Стол				
4	Значение	22	34				
5					Ограничения		
6	Станки			Левая часть	Знак	Правая часть	Штраф
7	Строгальные	13	14	762	<=	762	1
8	Фрезерные	9	22	946	<=	946	6
9	Шлифовальные	21	4	598	<=	840	1
10				ЦФ1		ЦФ2	242
11	Прибыль	70	40	2900		ЦФ3->max	2658

Поиск решения дает оптимальное решение по третьему критерию (ячейки B4 : C4), которое состоит в выпуске шкафов и столов в количествах 22 и 34 ед. Максимальная прибыль с учетом штрафа за простой оборудования (ячейка G11) равна $F = 2658$ ден.ед.

Аналогично можно определить оптимальный план выпуска продукции с учетом штрафа, используя выражение (3.9).

3. Содержание отчета по работе

Отчет должен содержать следующие пункты:

- задание на работу с конкретными исходными данными студента,
- математическую модель максимизации прибыли,
- математическую модель минимизации штрафа,
- графическое решение задачи максимизации прибыли,
- оптимизацию общей прибыли в Excel в табличном виде,
- оптимизацию штрафа в Excel в табличном виде,
- математическую модель и оптимизацию прибыли с учетом штрафа,
- выводы по работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год и место издания	Используется при изучении разделов	Курс
1	2	3	4	5	6
1	Методы оптимизации	Корнеенко В.П.	2007, Высшая школа.	1-5	3
2	Методы оптимизации	Струченков В.И.	2005, Экзамен	1-5	3
3	Методы оптимизации в прикладных задачах.	Струченков В.И.	2009, Солон-Пресс	2, 3, 4, 5	3
4	Методы оптимизации. Задачи и решения.	Просветов Г.И.	2009, Альфа-Пресс	2, 3, 4, 5	3
5	Теория системного анализа и принятия решений. Учебное пособие.	Гуров С.В.	2008, СПб: СПбГЛТА,	1-5	3

Дополнительная

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год и место издания	Используется при изучении разделов	Курс
1	2	3	4	5	6
1	Методы оптимизации	Зарубин В.С., Крищенко А.П.	2003, МГТУ им. Н.Э. Баумана	1, 2, 3	3
2	Универсальные решения интервальных задач оптимизации и управления	Ащепков Л.Т., Давыдов Д.В.	2006, Наука	4, 5	3
3	Введение в методы оптимизации	Щитов И.	2008, Высшая школа	1-5	3
4	Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0.	Курицкий В.Я.	1997,«BHV - Санкт-Петербург»	1-5	3