

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего
Профессионального Образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

Кафедра: «Железнодорожная автоматика,
телемеханика и связь»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Задание на контрольную работу №1 с методическими указаниями
по дисциплине для студентов-специалистов 3 курса,
специальности: «Системы обеспечения движения поездов»

специализации: «Электроснабжение железных дорог»

Москва, 2013 г.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Для успешного выполнения контрольной работы студент должен иметь представление об основных формах записи линейных дифференциальных уравнений, передаточных функций, временных и частотных характеристик элементарных динамических звеньев систем автоматического управления (САУ), а также ознакомиться с основными понятиями и определениями теории автоматического управления. Прежде, чем приступить к выполнению контрольной работы студент должен изучить соответствующие разделы основной [1 и 2] и рекомендованной литературы [3].

Цель контрольной работы – закрепить знания, полученные студентом при самостоятельном изучении дисциплины.

Необходимые чертежи и графики выполняются карандашом на белой бумаге стандартных размеров: 297x210 мм. Пояснительная записка пишется от руки или машинописно на одной стороне стандартного листа аналогичного формата. Все листы записки, в том числе графики и таблицы, должны быть сброшюрованы и иметь сплошную нумерацию, показанную в правом верхнем углу каждого листа. Для замечаний рецензента слева оставляют поля шириной 4 см. Исправления по замечаниям делаются на чистой стороне листа рядом с замечаниями рецензента, которые нельзя удалять, и сопровождаются надписью «Работа над ошибками».

Контрольная работа содержит задание, состоящее из трех задач. Пояснительная записка должна содержать условия и исходные данные к каждой задаче согласно своему варианту. Ход решения задачи должен сопровождаться краткими пояснениями с приложением необходимых таблиц с расчетными данными и графиков. Под графиками должно стоять конкретное его наименование, оси координат должны быть промасштабированы и обозначены с указанием принятой размерности функции и аргумента. Все чертежи с графиками вставляются в пояснительную записку сразу после той страницы, на которой имеется первая ссылка на него. Все пояснения выполненной работы, а также приводимые формулы должны быть разборчивыми для чтения. Сокращения слов в тексте, кроме общепринятых, не допускаются. Также не допускается ксерокопирование текста, графиков или рисунков.

В конце пояснительной записки рекомендуется приводить список использованной литературы.

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

ЗАДАЧА 1. РАСЧЁТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ САУ

Определить весовую функцию $g(t)$ и переходную функцию $h(t)$ линейной САУ, состоящей из последовательного соединения апериодического и идеального интегрирующего звеньев, по заданным в табл. 1 параметрам ее передаточной функции в соответствии с последними двумя цифрами учебного шифра:

$$W(p) = \frac{K}{(T \cdot p + 1) \cdot p}, \text{ где } p \text{ – оператор Лапласа.}$$

Составить таблицу расчетных значений искомых временных характеристик и построить их графики для временного интервала: $t = 0 - 5T$ с шагом дискретизации, равным $0,5T$. Масштаб по оси ординат студентом выбирается самостоятельно, исходя из того, что высота графика должна быть не менее 8-10 см.

Таблица 1

Номер варианта		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Последняя цифра шифра	<i>K</i>	5	10	8	6	4	3	2	1	7	9
Предпоследняя цифра шифра	<i>T</i>	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Пример. В качестве примера рассмотрим САУ, передаточная функция которой имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p}.$$

Известно, что изображение весовой функции $L[g(t)]$ любой линейной САУ есть ничто иное, как ее передаточная функция:

$$L[g(t)] = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p}.$$

Для отыскания оригинала весовой функции $g(t) = L^{-1}[W(p)]$ разложим $W(p)$ на элементарные дроби, соответствующие передаточным функциям отдельных звеньев системы САУ, и воспользуемся методом неопределенных коэффициентов для определения неизвестных статических коэффициентов усиления этих звеньев (коэффициенты A и B в знаменателе элементарных дробей):

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{0,1 \cdot p + 1}. \quad (1)$$

После приведения правой части выражения (1) к общему знаменателю можно приравнять числители левой и правой частей полученного уравнения:

$$10 = A \cdot (0,1 \cdot p + 1) + B \cdot p = p \cdot (0,1 \cdot A + B) + A \quad (2)$$

Приравнявая коэффициенты левой и правой частей уравнения (2) при одинаковых степенях p , получим систему двух уравнений из двух неизвестных:

$$10 = A;$$

$0 = 0,1 \cdot A + B$, откуда
 $A = 10; B = -0,1 \cdot A = -1$.

Подставляя вычисленные значения коэффициентов A и B в уравнение (1), получим:

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p} = \frac{10}{p} - \frac{1}{0,1 \cdot p + 1} = 10 \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{0,1}{0,1 \cdot p + 1} \right) = 10 \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + 10} \right). \quad (3)$$

Переход от изображений элементарных функций $f(p)$ в операторной форме записи к их оригиналам, как функций времени $f(t)$, осуществляется, как правило, с использованием стандартных таблиц изображений, приводимых в справочной литературе. Так, например:

оригинал $L^{-1}[1/p]$ функции $1/p$ равен: $L^{-1}[1/p] = 1$.

оригинал $L^{-1}[1/(p + 10)]$ функции $1/(p + 10)$ равен: $L^{-1}[1/(p + 10)] = e^{-10 \cdot t}$.

Заменив в правой части уравнения (3) изображения элементарных функций на их оригиналы, получим искомое выражение для весовой функции:

$$g(t) = 10 \cdot (1 - e^{-10 \cdot t}) \quad (4)$$

Задаваясь различными значениями t , заполним таблицу расчетных значений и построим график $g(t)$.

По известной весовой функции $g(t)$ можно найти переходную функцию $h(t)$, принимая во внимание, что $h(t) = \int g(t) \cdot dt$.

Изображение $L[h(t)]$ функции $h(t)$ можно получить путем умножения передаточной функции $W(p)$ исходной САУ на передаточную функцию $1/p$ идеального интегрирующего звена, что соответствует включению последовательно с САУ интегрирующего звена.

$$L[h(t)] = W(p) \cdot 1/p = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p}. \quad (5)$$

Разложим правую часть уравнения (5) на элементарные дроби с тем, чтобы получить более простые изображения функций для нахождения их оригиналов.

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p \cdot p} + \frac{C}{0,1 \cdot p + 1}. \quad (6)$$

После приведения правой части выражения (6) к общему знаменателю приравняем числители левой и правой частей полученного уравнения:

$$10 = A \cdot p \cdot (0,1 \cdot p + 1) + B \cdot (0,1 \cdot p + 1) + C \cdot p^2. \quad (7)$$

Приравняв коэффициенты левой и правой частей уравнения (7) при одинаковых степенях p , получим систему трех уравнений из трех неизвестных:

$$10 = B;$$

$$0 = 0,1 \cdot B + A;$$

$$0 = 0,1 \cdot A + C, \text{ откуда}$$

$$B = 10; A = -0,1 \cdot B = -1; C = -0,1 \cdot A = 0,1.$$

Подставляя вычисленные значения коэффициентов A , B и C в уравнение (6), получим:

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p} = -\frac{1}{p} + \frac{10}{p^2} + \frac{0,1}{0,1 \cdot p + 1} = 10 \cdot \left(-\frac{0,1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{0,01}{0,1 \cdot p + 1} \right) =$$

$$= 10 \cdot \left(\frac{1}{p^2} - 0,1 \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + 10} \right) \right) \quad (8)$$

Воспользовавшись известными таблицами изображений, найдем оригиналы простейших функций:

$$L^{-1}[1/p] = 1;$$

$$L^{-1}[1/p^2] = t;$$

$$L^{-1}[1/(p + 10)] = e^{-10t}.$$

Заменив в правой части уравнения (8) изображения элементарных функций на их оригиналы, получим искомое выражение для переходной функции:

$$h(t) = 10 \cdot [t - 0,1 \cdot (1 - e^{-10t})] \quad (9)$$

Задаваясь различными значениями t , заполним таблицу расчетных значений и построим график $h(t)$.

Этот результат можно получить путем непосредственного интегрирования весовой функции $g(t)$:

$$h(t) = \int_0^t g(x) \cdot dx = 10 \cdot \int_0^t (1 - e^{-10x}) \cdot dx = 10 \cdot [t - 0,1 \cdot (1 - e^{-10t})]$$

ЗАДАЧА 2. РАСЧЁТ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ САУ

Определить круговую частоту ω , с которой устройство САУ, состоящее из последовательно включенных двух апериодических и одного идеального интегрирующего звеньев, дает заданный сдвиг по фазе между выходным и входным сигналами. При этом следует определить амплитуду выходного сигнала Y_m на данной частоте, если известна амплитуда входного сигнала X_m .

Передаточная функция заданной САУ имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot p} \quad (10)$$

Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер варианта	Последняя цифра шифра			Предпоследняя цифра шифра	
	K	T_1, c	T_2, c	X_m	$\phi, \text{град}$
1	10	0,05	0,5	2	- 150
2	9	0,1	0,05	4	- 160
3	8	0,02	0,2	6	- 170
4	7	0,01	0,1	8	- 150
5	6	0,1	0,03	10	- 160
6	5	0,2	0,02	3	- 170
7	4	0,4	0,04	5	- 140

8	3	0,8	0,08	4	- 150
9	2	0,5	0,05	1	- 160
0	1	0,025	0,25	7	- 170

Пример. По передаточной функции $W(p)$, представленной в операторной форме, найдем выражение для частотной передаточной функции $W(j\omega)$ путем замены в выражении (10) оператора Лапласа p на комплексную переменную $j\omega$.

$$W(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega \cdot T_1) \cdot (1 + j\omega \cdot T_2) \cdot j\omega} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (11)$$

где: $H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \omega}$ - модуль частотной передаточной функции, представляющий собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы САУ;

$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2)$ - аргумент частотной передаточной функции, представляющий собой фазочастотную характеристику (ФЧХ) системы САУ.

Задаваясь значениями круговой частоты ω с шагом 1-2 рад/с определим значения функции $\varphi(\omega)$, занесем их в таблицу расчетных значений и построим график ФЧХ, на котором проведем горизонтальную прямую через точку, соответствующую заданному углу сдвига фаз φ , до пересечения с кривой ФЧХ. Через найденную точку пересечения проведем горизонтальную прямую до пересечения с осью частот, на которой отметим искомую круговую частоту ω_n , которая дает заданный табл. 2 сдвиг фазы $\varphi(\omega_n) = \varphi$.

Подставляя найденное значение круговой частоты ω_n в выражение для модуля $H(\omega)$ частотной передаточной функции вычислим его значение $H(\omega_n)$.

Затем определяем искомую амплитуду выходного сигнала, как

$$Y_m = H(\omega_n) \cdot X_m.$$

ЗАДАЧА 3. ПОСТРОЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ГОДОГРАФА АФЧХ

1. Построить асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и логарифмическую фазочастотную характеристику ЛФЧХ для линейной системы САУ, состоящей из четырех последовательно включенных звеньев:

одного реального дифференцирующего звена с передаточной функцией

$$W_1(p) = K_1 \cdot (T_1 \cdot p + 1);$$

двух апериодических звеньев первого порядка с передаточными функциями

$$W_2(p) = K_2 / (T_2 \cdot p + 1) \text{ и } W_3(p) = K_3 / (T_3 \cdot p + 1);$$

одного идеального интегрирующего звена с передаточной функцией K_4/p .

Исходные данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Номер варианта	Последняя цифра шифра		Предпоследняя цифра шифра	
	K	$T_1, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$T_3, \text{ с}$
1	100	0,125	0,2	0,02
2	50	0,1	0,2	0,01
3	40	0,2	0,5	0,01

4	20	0,5	1,0	0,05
5	10	0,8	1,5	0,05
6	4	0,5	2,0	0,1
7	1	0,8	5,0	0,2
8	0,5	0,5	5,0	0,1
9	0,2	0,4	4,0	0,04
0	10	0,1	2,0	0,5

По условиям задачи передаточная функция заданной линейной САУ имеет следующий вид:

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p) = \frac{K \cdot (T_1 \cdot p + 1)}{p \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T_3 \cdot p + 1)}, \quad (12)$$

где $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4$.

2. Построить годограф АФЧХ $W(j\omega)$ заданной САУ.

Пример. Найдем выражение для логарифмической АЧХ и ФЧХ, для чего сначала определим АФЧХ системы по ее передаточной функции $W(p)$, заменяя в ней оператор Лапласа p на комплексную переменную $j\omega$.

$$W(j\omega) = \frac{K \cdot (1 + j\omega \cdot T_1)}{(1 + j\omega \cdot T_2) \cdot (1 + j\omega \cdot T_3) \cdot j\omega} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (13)$$

где: $H(\omega) = \frac{K \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2} \cdot \omega}$ - амплитудно-частотная характеристику (АЧХ) системы САУ;

$\varphi(\omega) = [-90^\circ + \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2) - \arctg(\omega \cdot T_3)]$ - аргумент частотной передаточной функции, представляющий собой фазочастотную характеристику (ФЧХ) системы САУ.

По известной АЧХ определим выражение для ЛАЧХ $L(\omega)$:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg H(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2}, \text{ дБ} \quad (14)$$

Асимптотическую ЛАЧХ строим путем замены непрерывной кривой ЛАЧХ несколькими прямыми отрезками, которые сопрягаются между собой в точках, соответствующих круговым частотам ω_c (сопрягающим частотам), численно равным обратной величине от постоянных времени, входящих в выражение (14). В нашем примере имеем три сопрягающие частоты:

$$\omega_{c1} = 1/T_1, \text{ рад/с}; \quad \omega_{c2} = 1/T_2, \text{ рад/с}; \quad \omega_{c3} = 1/T_3, \text{ рад/с}.$$

Расположим сопрягающие частоты в порядке возрастания при следующих исходных данных нашего примера: $K = 10$; $T_1 = 0,4$ с; $T_2 = 2$ с; $T_3 = 0,02$ с.

Учитывая, что чем больше значение постоянной времени, тем меньше значение сопрягающей частоты, можем написать следующее неравенство:

$$\omega_{c2} = 0,5 < \omega_{c1} = 2,5 < \omega_{c3} = 50 \text{ рад/с}.$$

Выбираем масштаб для одной декады частот так, чтобы в этом масштабе на оси абсцисс (частот) разместить три декады логарифмической шкалы. Если значения всех сопрягающих частот больше или равно 1 ($\omega_c \geq 1$ рад/с), то в качестве границ декад выбираем круговые частоты 1, 10, 100 и 1000 рад/с. В том случае, когда значение хотя бы одной из сопрягающих частот находится в диапазоне $0,1 \leq \omega_c < 1$, то границы декад необходимо сместить влево на одну декаду, т.е. выбрать 0,1, 1, 10 и 100 рад/с.

В пределах каждой декады можно выделить промежуточные значения частот, используя для этих целей логарифмическую шкалу. Затем на логарифмической оси частот отмечаем точки, соответствующие сопрягающим частотам ω_{c1} , ω_{c2} , ω_{c3} , и проводим через них вертикальные пунктирные линии. Ось ординат проводим через частотную отметку 1 рад/с и выбираем соответствующий масштаб, исходя из значения величины $20 \cdot \lg K$, так, чтобы можно было отложить значения $(20 \cdot \lg K + 20)$ и $(20 \cdot \lg K - 40)$, дБ.

В нашем случае откладываем на оси ординат следующие точки:

$$20 \cdot \lg 10 = 20; 20 \cdot \lg 10 + 20 = 40; 20 \cdot \lg 10 - 40 = -20 \text{ дБ.}$$

С целью удобства построения асимптотической ЛАЧХ выбираем масштаб 1 см на 10 дБ. Проводим через точку $20 \cdot \lg K$ вправо от оси ординат прямую линию с наклоном -20 дБ на декаду, для чего соединяем эту точку с точкой $(20 \cdot \lg K - 20)$, расположенной на частотной отметке 10 рад/с. Так как в нашем примере первая по порядку следования сопрягающая частота $\omega_{c2} < 1$, то продолжим эту прямую влево от оси ординат до пересечения с вертикальной пунктирной линией, исходящей из точки 0,1 рад/с на оси частот. Очевидно, что ордината точки пересечения равна $(20 \cdot \lg K + 20) = 40$ дБ.

На отрезке логарифмической оси частот $0,1 \leq \omega \leq \omega_{c2}$ асимптотическая ЛАЧХ описывается выражением: $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega$ и представляет собой отрезок проведенной ранее прямой с наклоном -20 дБ/дек, соединяющий точки ее пересечения с вертикальными пунктирными линиями, проведенными из точек 0,1 и ω_{c2} и имеющими ординаты, соответственно: $L(0,1) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 0,1 = 40$ дБ и $L(\omega_{c2}) = L(0,5) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 0,5 = (40 - 20 \cdot \lg 5)$ дБ.

Первая сопрягающая частота ω_{c2} принадлежит инерционному звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси $\omega_{c2} \leq \omega \leq \omega_{c1}$ описывается выражением: $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2)$ и, следовательно, ее наклон увеличивается на -20 дБ/дек и становится равным -40 дБ/дек. Соединяя ординаты $(40 - 20 \cdot \lg 5)$ в точке $\omega_{c2} = 0,5$ рад/с с ординатой $(-20 \cdot \lg 5)$ в точке $\omega = 10 \cdot \omega_{c2} = 5$ рад/с пунктирной линией получим отрезок прямой с наклоном -40 дБ/дек, который пересекает вертикальную пунктирную линию, соответствующую круговой частоте $\omega_{c1} = 2,5$ рад/с, в точке с ординатой $L(\omega_{c1}) = L(2,5) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 2,5 - 20 \cdot \lg(2,5 \cdot 2) = (20 - 20 \cdot \lg 12,5) = (-20 \lg 1,25)$ дБ. Соединяя ординату $L(\omega_{c2}) = (40 - 20 \cdot \lg 5)$ дБ сплошной прямой линией с ординатой $L(\omega_{c1}) = (-20 \cdot \lg 1,25)$, соответствующей точке пересечения наклонной пунктирной линии с вертикальной пунктирной линией), получим на отрезке логарифмической оси частот $\omega_{c2} \leq \omega \leq \omega_{c1}$ очередную асимптоту ЛАЧХ с наклоном -40 дБ/дек.

Вторая сопрягающая частота ω_{c1} принадлежит дифференцирующему звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси $\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c3}$ описывается выражением: $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2) + 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_1)$ и, следовательно, ее наклон уменьшается на 20 дБ/дек и становится вновь равным -20 дБ/дек. Соединяя пунктирной линией ординаты $(-20 \cdot \lg 1,25)$ в точке $\omega_{c1} = 2,5$ рад/с с ординатой $(-20 - 20 \cdot \lg 1,25)$ в точке $\omega = 10 \cdot \omega_{c1} = 25$ рад/с получим отрезок прямой с наклоном -20 дБ/дек. Продолжим эту

наклонную прямую до пересечения с вертикальной пунктирной линией, соответствующей круговой частоте $\omega_{c3} = 50$ рад/с, в точке с ординатой $L(\omega_{c3}) = L(50) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 50 - 20 \cdot \lg(50 \cdot 2) + 20 \cdot \lg(50 \cdot 0,4) = (-40 + 20 \cdot \lg 4)$ дБ. Соединяя ординату $L(\omega_{c1}) = (-20 \cdot \lg 1,25)$ дБ сплошной прямой линией с ординатой $L(\omega_{c3}) = (-40 + 20 \cdot \lg 4)$, соответствующей точке пересечения наклонной пунктирной линии с вертикальной пунктирной линией), получим на отрезке логарифмической оси частот $\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c3}$ очередную асимптоту ЛАЧХ с наклоном -20 дБ/дек.

Третья сопрягающая частота ω_{c3} принадлежит интегрирующему звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси $\omega \geq \omega_{c3}$ описывается выражением: $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2) + 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_1) - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_3)$ и, следовательно, ее наклон вновь увеличивается на -20 дБ/дек и становится равным -40 дБ/дек. Соединяя сплошной линией ординаты $(-40 + 20 \cdot \lg 4)$ в точке $\omega_{c3} = 50$ рад/с с ординатой $(-80 + 20 \cdot \lg 4)$ в точке $\omega = 10 \cdot \omega_{c3} = 500$ рад/с получим асимптоту ЛАЧХ с наклоном -40 дБ/дек.

На рис. 1 показан график асимптотической ЛАЧХ, построенный в соответствии с вышеприведенным алгоритмом.

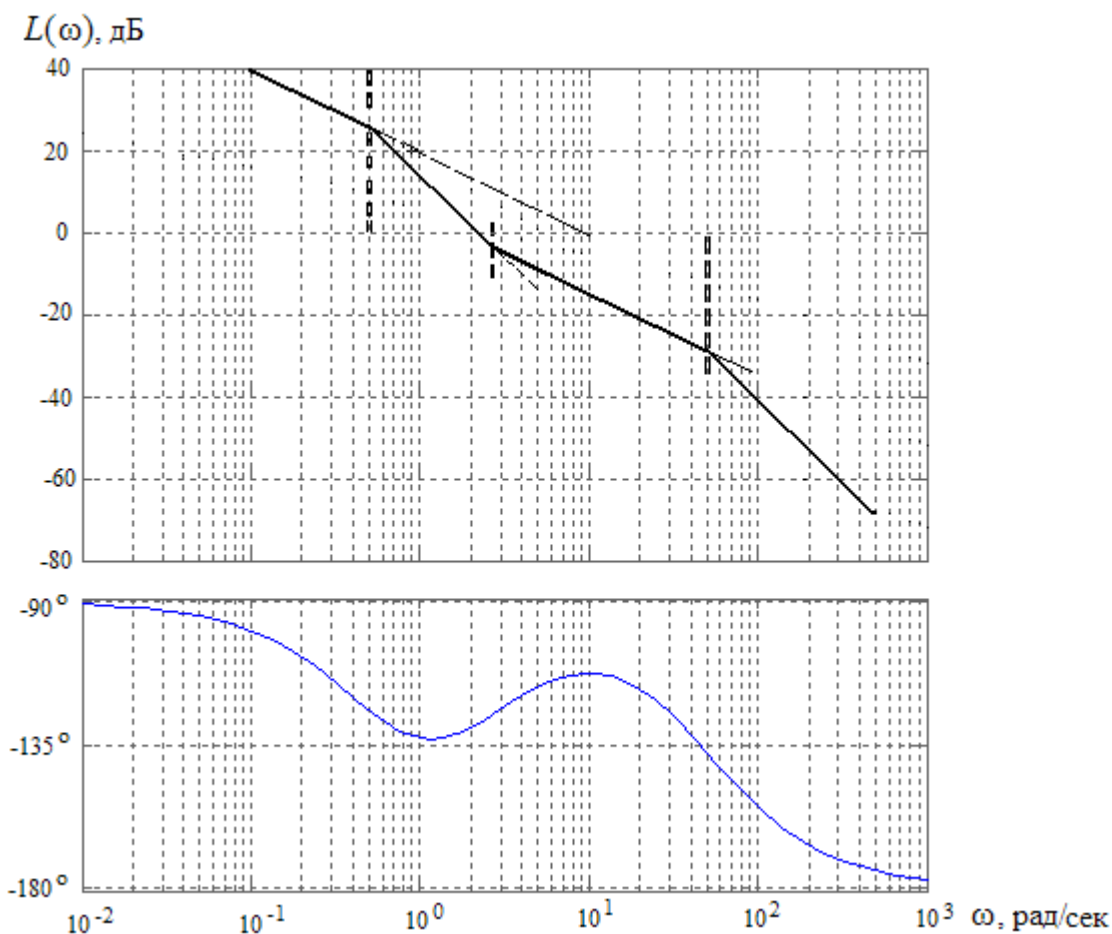


Рисунок 1. Логарифмические асимптотическая амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики

Для построения логарифмической ФЧХ воспользуемся выражением $\phi(\omega) = [-90^\circ + \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2) - \arctg(\omega \cdot T_3)]$.

Задаваясь численными значениями круговой частоты от 0,1 до 100 рад/с (при $\omega_{c2} < 1$) или от 1 до 1000 рад/с (при $\omega_{c2} \geq 1$), заполнить соответствующий столбец табл. 4 значениями

частотной функции $\varphi(\omega)$ и выполнить ее построение так, как показано применительно к нашему примеру на рис. 1.

Для построения годографа АФЧХ необходимо также заполнить соответствующие столбцы табл. 4, для чего необходимо произвести расчет модуля $H(\omega)$ частотной передаточной функции $W(j\omega)$ и его проекций на мнимую ($M(\omega) = H(\omega) \cdot \sin[\varphi(\omega)]$) и действительную ($N(\omega) = H(\omega) \cdot \cos[\varphi(\omega)]$),

$$H(\omega) = \frac{K \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2} \cdot \omega}$$

а также использовать данные выполненного ранее расчета фазочастотной характеристики.

Таблица 4

ω , рад/с	$H(\omega)$	$N(\omega)$	$M(\omega)$	$\varphi(\omega)$, град
0,1	98,04	-16,40	-96,66	-99,63
...
1	4,816	-3,270	-4,05	-132,77
...
10	0,285	-0,109	-0,263	-112,48
...
100	0.0089	-0,008	-0,0052	-154,57

Так как значение модуля $H(\omega)$ АФЧХ обратно пропорционально круговой частоте, то для построения годографа следует брать более высокие частоты с наиболее близкими относительно малыми значениями модуля. Так, например, в нашем примере это частоты в диапазоне от 1 до 10 рад/с.

Откладываем на отрицательной действительной полуоси комплексной плоскости значения проекции $N(\omega)$ модуля $H(\omega)$, а на отрицательной полуоси - значения проекции $M(\omega)$ этого модуля, выбрав предварительно наиболее удобный масштаб. Затем через отложенные точки проводим вертикальные или горизонтальные линии параллельно противоположным координатным осям. Соединив точки пересечения этих линий с началом координат, получим векторы АФЧХ, соответствующие частотам, при которых вычислялись проекции их модуля на координатные оси. Соединив точки пересечения этих линий между собой и с началом координат, получим фрагмент годографа АФЧХ, представляющего собой кривую, которую описывает конец вектора $W(j\omega)$ при изменении частоты в выбранном диапазоне частот.

Другой способ построения годографа АФЧХ основан на использовании полярных координат, для чего на комплексной плоскости через начало ее координат проводят ряд линий под углами, взятыми из табл. 4 для соответствующих частот, и на этих линиях откладывают в произвольно выбранном масштабе значения модуля $H(\omega)$ АФЧХ. Соединяя затем концы векторов между собой и с началом координат, получим искомый фрагмент годографа АФЧХ.

Фрагмент годографа АФЧХ, построенного на основании данных табл. 4, показан на рис. 2.

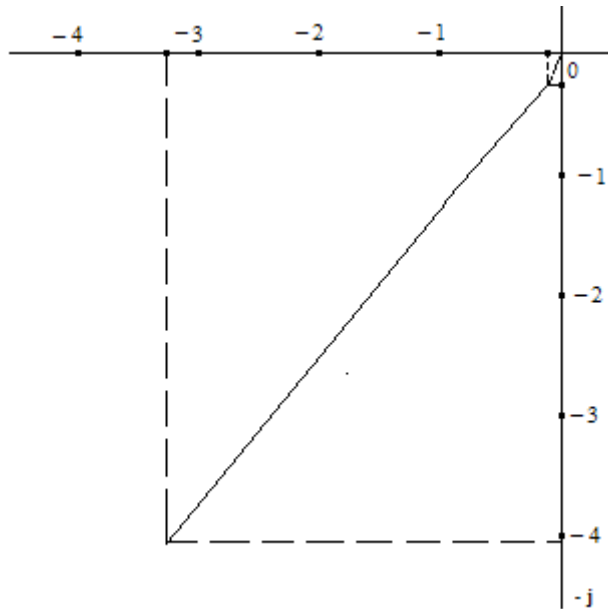


Рисунок 2. Фрагмент годографа АФЧХ

Для построения ЛАЧХ, ЛФЧХ и годографа АФЧХ можно воспользоваться программой МАТЛАБ. Пример фрагмента годографа АФЧХ, построенного с применением этой программы, показан на рис. 3 для области частот 1 – 15 рад/с.

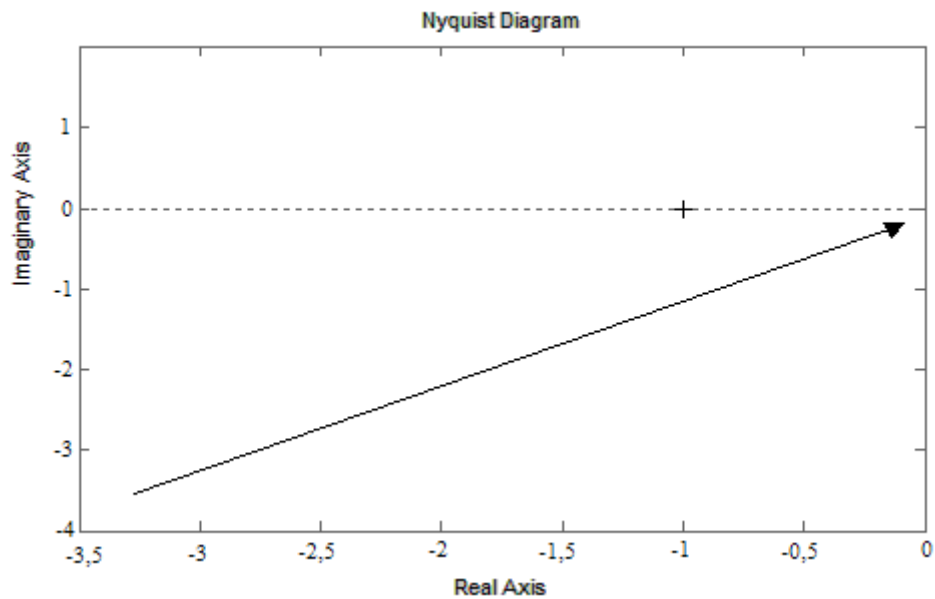


Рисунок. 3 Фрагмент годографа АФЧХ, построенного с использованием программы МАТЛАБ