

**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»  
(РУТ (МИИТ))**

**Кафедра:** «Теоретическая и прикладная механика»

---

Одобрено кафедрой  
«Теоретическая и прикладная механика»

**ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ**

по дисциплине

**«ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»**

---

для студентов III курса

*Специальности:* **23.05.03. Подвижной состав железных дорог**

*Специализация:* **Все**

*Форма обучения:* **заочная**



## ЗАДАНИЕ

на контрольную работу для студентов III курса специальности

### **23.05.03. ПОДВИЖНОЙ СОСТАВ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ**

**Тема контрольной работы: Анализ и синтез механизмов.**

Контрольная работа выполняется по индивидуальному заданию. В технических заданиях выполняются раздел: «Проектирование зубчатого механизма» или «Динамический синтез кулачкового механизма», согласно учебного шифра. Номер задания и вариант исходных данных задается преподавателем на установочной сессии, или студент самостоятельно выбирает номер задания из табл. 1 (по последней цифре учебного шифра), а вариант исходных данных из соответствующей таблицы технического задания (по указанной в таблице цифре учебного шифра).

В *состав* контрольной работы (*КР*) входят один лист чертежей (формат А1) и пояснительная записка (ПЗ).

Все технические документы и титульный лист работы должны быть оформлены в соответствии с требованиями стандартов ЕСКД на компьютере или рукописным способом.

Таблица 1.

Последняя цифра учебного шифра									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер задания для выполнения									
№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10

В контрольной работе *требуется*:

#### **1. Задание: «Проектирование зубчатого механизма» (№1, №3, №5, №7, №9)**

1.1. Определить передаточное число механизма и произвести его разбивку на планетарную и простую ступени.

1.2. Произвести геометрический расчет цилиндрической прямозубой передачи с эвольвентным профилем зуба.

1.3. Вычертить схему станочного зацепления малого колеса с исходным контуром режущего инструмента и произвести нарезание профиля зуба, построив остальные по закону симметрии.

1.4. Вычертить схему зацепления зубчатых колес, построив профиль зуба большего колеса обычным приемом построения эвольвенты.

1.5. Найти выражение передаточного отношения планетарной ступени механизма через числа зубьев колес.

1.6. Подобрать числа зубьев колес планетарной ступени на основе выведенного общего расчетного уравнения, исходя из условий кинематики и сборки, и определить диаметры их начальных окружностей.

1.7. Вычертить схему всего механизма по найденным размерам колес, построить планы скоростей и график частот вращения его звеньев.

Графическая часть контрольной работы по этому разделу выполняется на одном чертежном листе формата А1.

**2. Задание: «Динамический синтез кулачковых механизмов» (№2, №4, №6, №8, №10)**

2.1. Определить число степеней свободы механизма.

2.2. По заданному в произвольном масштабе закону ускорений последовательным графическим интегрированием построить графики линейных скоростей и линейных перемещений ведомого звена.

2.3. Определить масштабы графиков  $k_s$ ,  $k_v$ ,  $k_a$ .

2.4. По заданному в произвольном масштабе углу давления  $\nu_{\max}$  определить минимальный радиус кулачка  $R_{\min}$ .

2.5. Построить теоретический и практический профили кулачка.

2.6. Построить диаграмму фактических углов передачи ( $\gamma$ ) при условии, что  $\gamma > \nu_{\min}$ .

Графическая часть контрольной работы по этому разделу выполняется на одном чертежном листе формата А1.

**3. Составить список использованной литературы.**

З А Д А Н И Е № 1

«Проектирование зубчатого механизма»

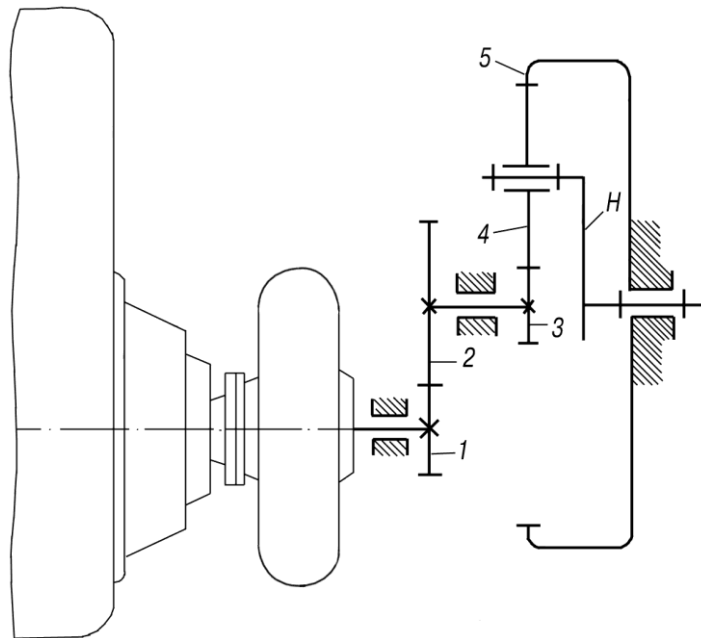


Рис. 1. Механизм гидромеханической коробки передач тепловозного дизеля М-753

Исходные данные	Вариант (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_1$ , об/мин	1200	1000	1300	1100	1400	1300	1500	1000	1600	1400
$n_n$ , об/мин	100	100	100	100	200	100	100	100	200	200
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
$m_{12}$ , мм	7	10	7	9	8	7	10	7	9	8
$z_1$	21	19	25	18	21	20	17	24	20	22
$h_a^*$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$C^*$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$m_{35}$ , мм	5	6	4	5	6	4	6	5	4	6
$q$	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3

ЗАДАНИЕ № 2

«Динамический синтез кулачкового механизма»

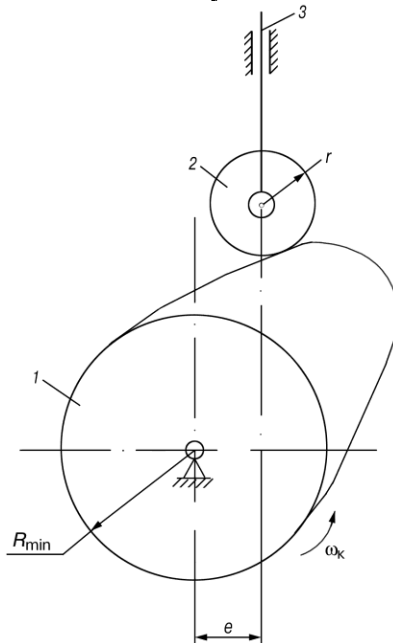


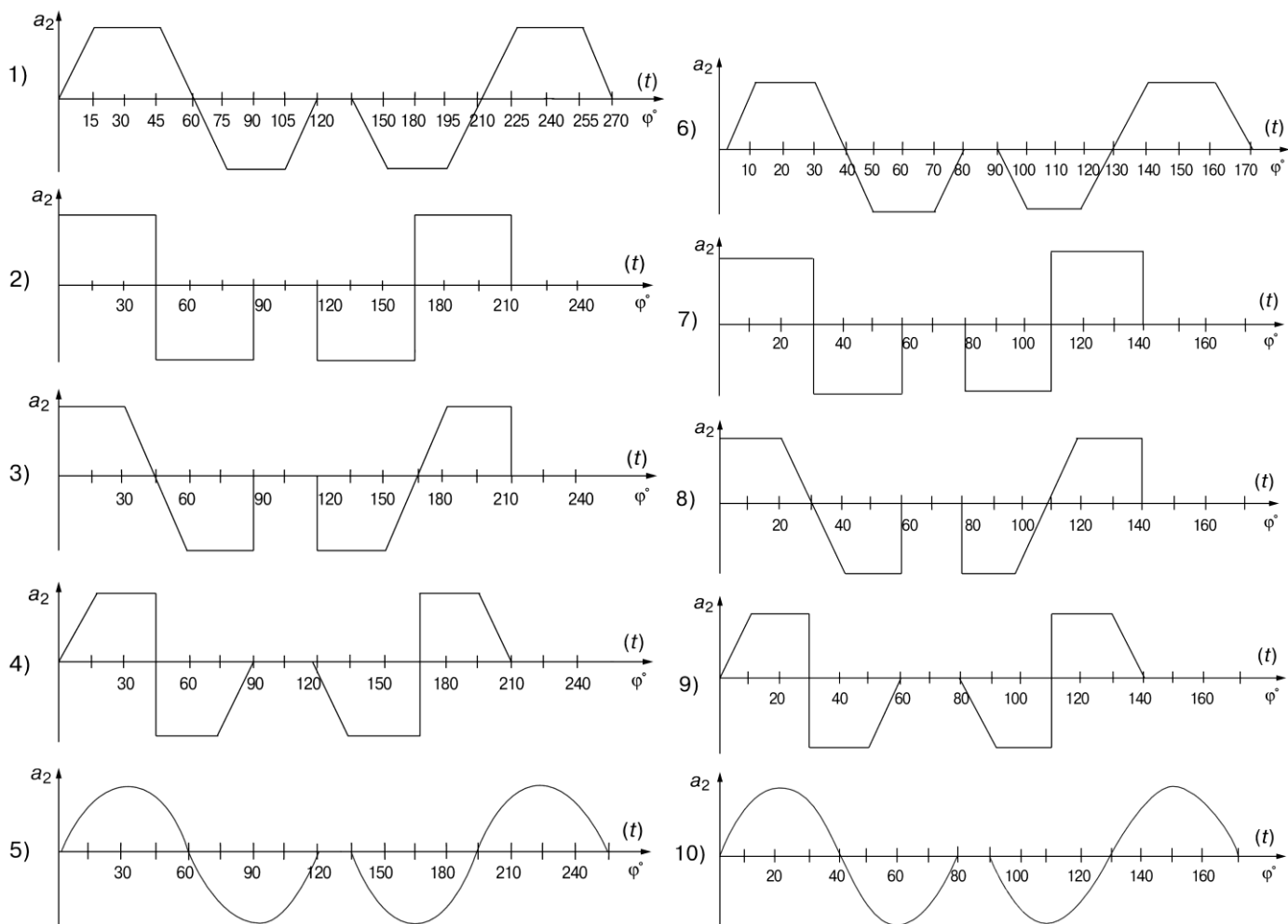
Рис. 2.1 Схема кулачкового механизма:  
1 — кулачок; 2 — ролик; 3 — толкатель

Исходные данные	Вариант (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный ход ведомого звена $S_{2max}$ , мм	25	20	30	35	30	25	30	35	20	25
Эксцентриситет $e$ , (мм)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 ил и 18	0 ил и 18	0 ил и 18	0 ил и 18	0 ил и 18	0 или 18	0 ил и 18	0 ил и 18	0 ил и 18	0 ил и 18
Максимальный угол давления $\gamma_{max}$ , Град	30	35	40	30	40	40	30	35	30	40
Радиус ролика $r$ , (мм)	10	8	12	14	12	10	12	15	8	10
Частота вращения кулачка $n_1$ , об/мин	600	400	800	900	500	1000	700	600	500	400

Рис. 2.2 Закон движения толкателя кулачкового механизма

(диаграммы изменения ускорений)

Вариант задания выбирается по предпоследней цифре учебного шифра.



**ЗАДАНИЕ № 3**

**«Проектирование зубчатого механизма»**

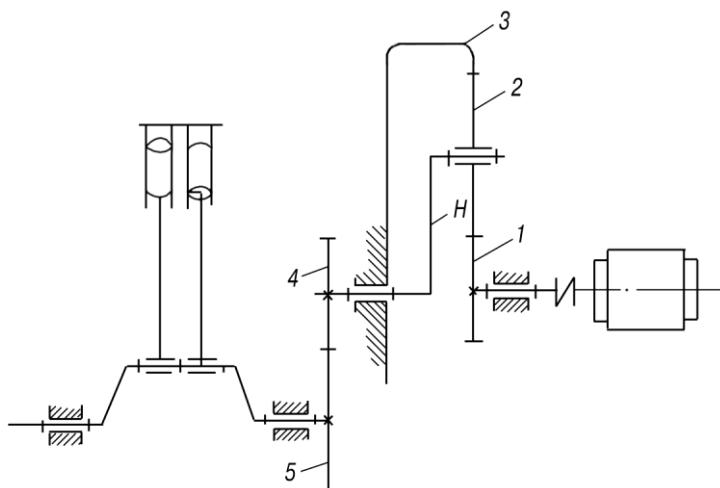


Рис. 3. Механизм зубчатой передачи воздушного компрессора

Исходные данные	Вариант (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_5$ , об/мин	90	105	90	120	115	110	95	80	115	110
$n_1$ , об/мин	900	945	990	960	920	990	950	880	920	880
$z_4$	20	22	23	17	24	23	22	20	24	17
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
$m_{45}$ , мм	10	7	8	9	8	7	8	9	7	10
$h_a^*$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$C^*$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$m_{12}$ , мм	4	5	4	4	5	5	4	5	4	5
$q$	3	4	2	2	4	3	4	2	2	4

ЗАДАНИЕ № 4

«Динамический синтез кулачкового механизма»

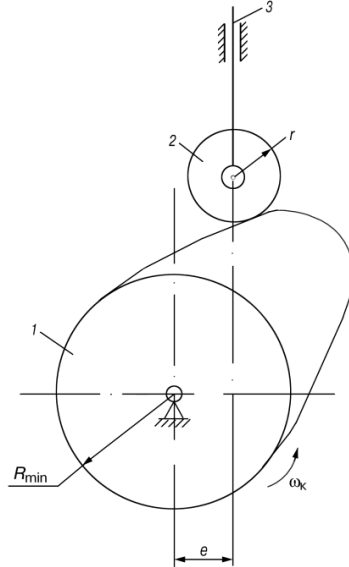
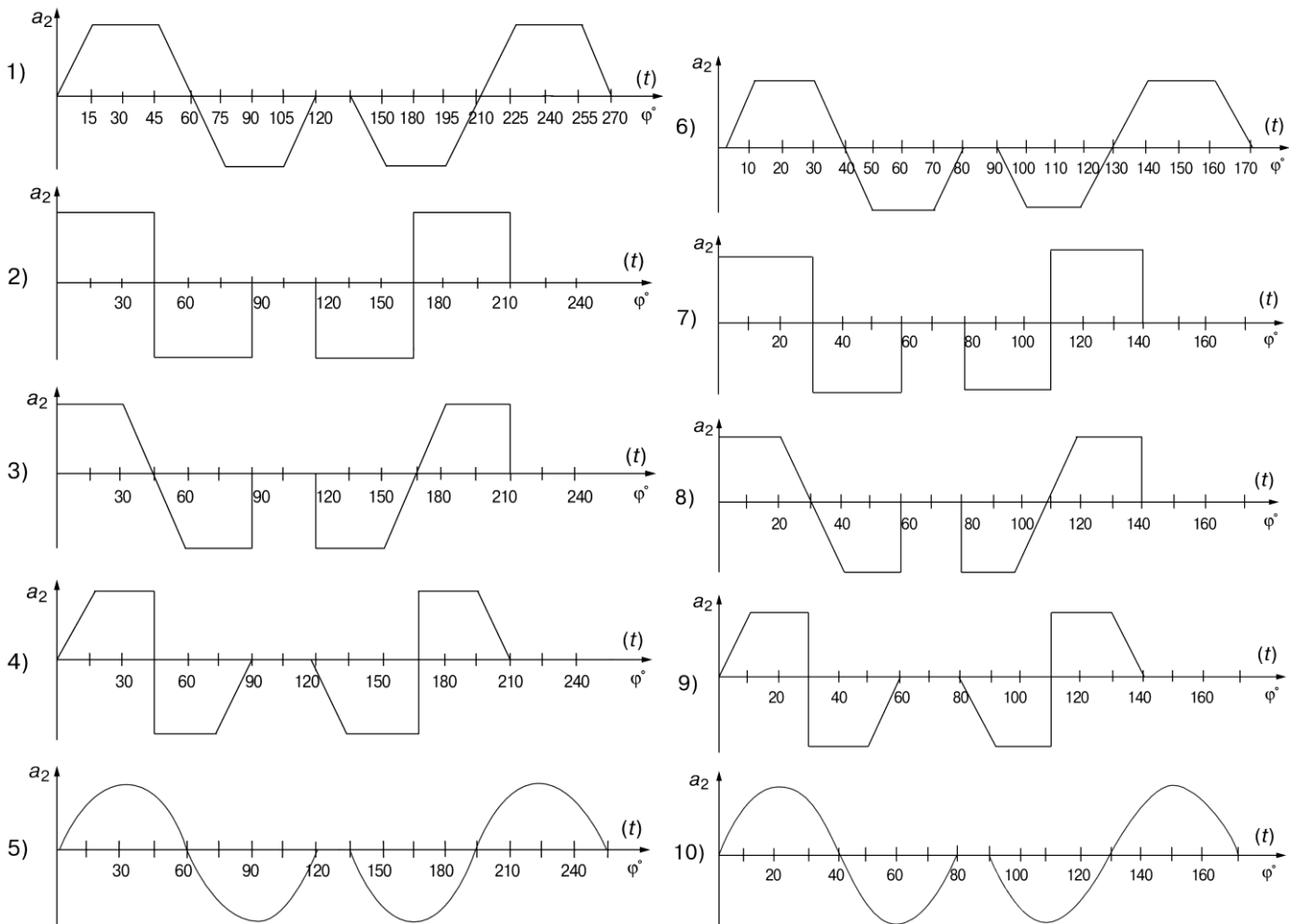


Рис. 4.1 Схема кулачкового механизма:  
 1 — кулачок; 2 — ролик; 3 — толкатель

Исходные данные	Вариант (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный ход ведомого звена $S_{2max}$ , мм	20	30	35	30	25	30	35	20	25	25
Эксцентриситет $e$ , (мм)	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18	0 или 18
Максимальный угол давления $\gamma_{max}$ , Град	35	40	30	40	40	30	35	30	40	30
Радиус ролика $r$ , (мм)	8	12	10	12	10	12	14	8	10	10
Частота вращения кулачка $n_1$ об/мин	400	800	900	500	1000	700	600	500	400	600

Рис. 4.2 Закон движения толкателя кулачкового механизма (диаграммы изменения ускорений)

Вариант задания выбирается по предпоследней цифре учебного шифра.



ЗАДАНИЕ № 5

«Проектирование зубчатого механизма»

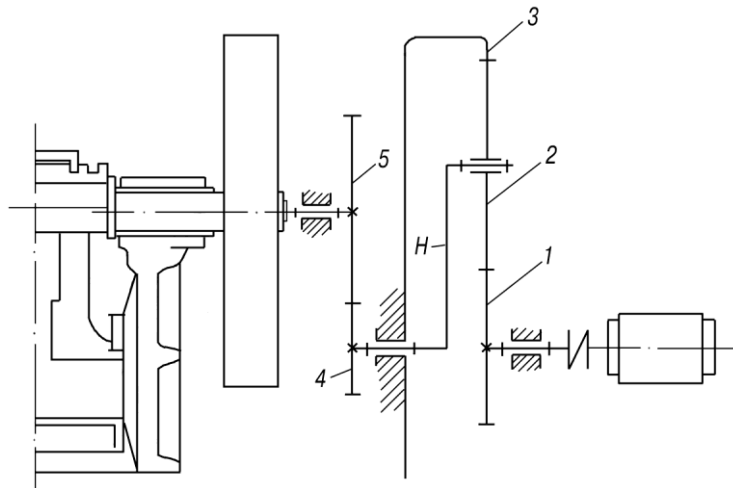


Рис.5 Механизм зубчатой передачи привода щековой дробилки

Исходные данные	Вариант задания (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_5$ , об/мин	300	270	280	270	290	260	290	240	300	230
$n_1$ , об/мин	2700	2700	2800	2970	2900	2860	2610	2880	2400	2760
$z_4$	18	19	20	21	19	25	18	21	20	17
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
$m_{45}$ , мм	10	9	8	7	10	7	9	8	7	10
$h_a^*$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$C^*$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$m_{13}$ , мм	5	3	4	5	4	5	4	3	4	5
$q$	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3

ЗАДАНИЕ № 6

«Динамический синтез кулачкового механизма»

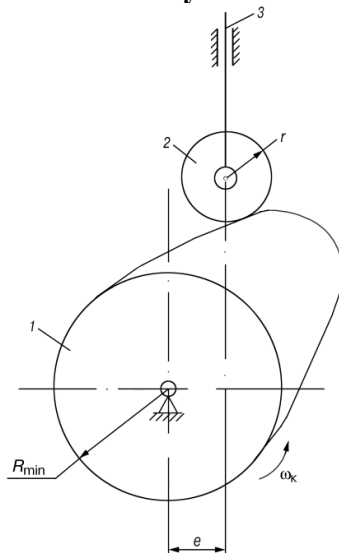


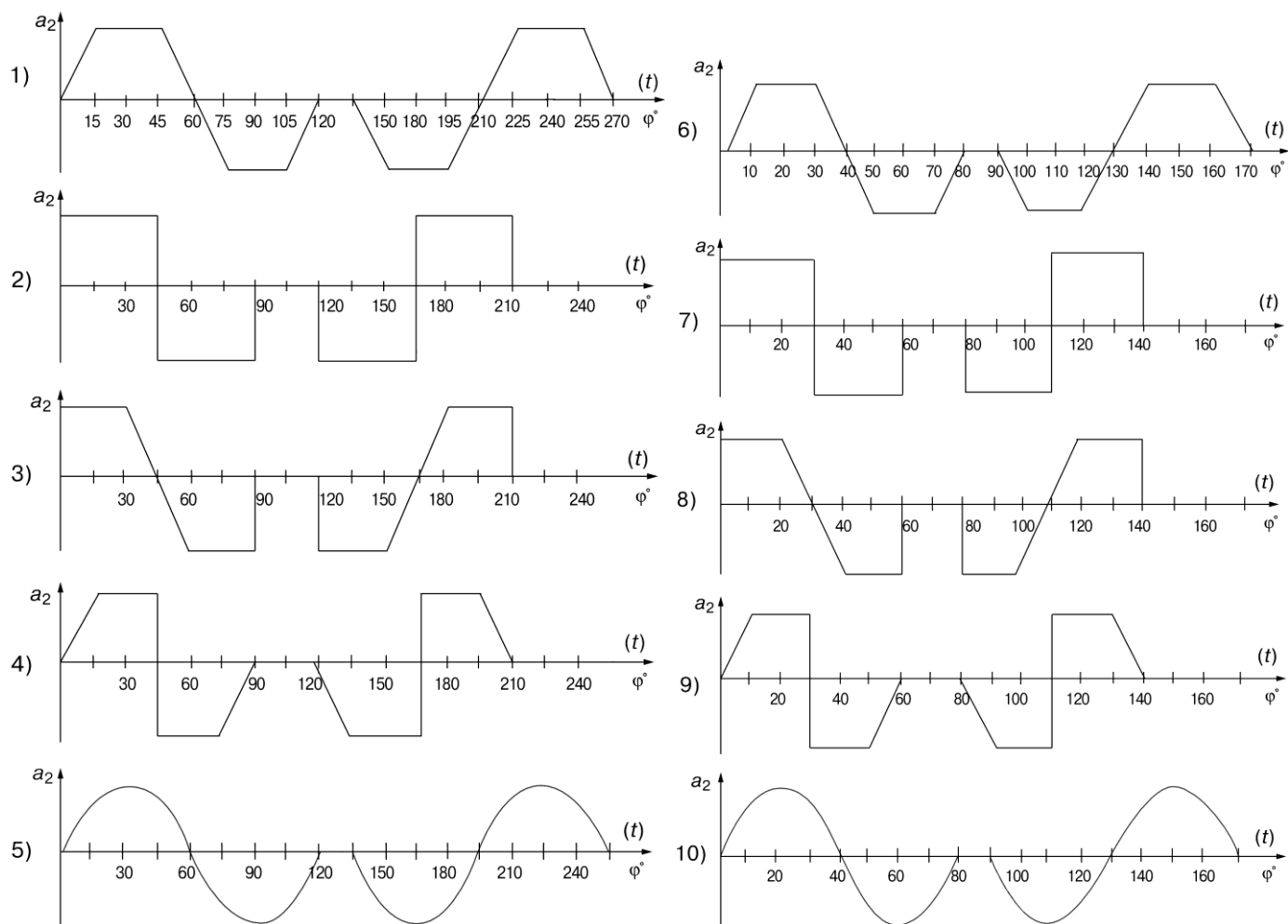
Рис. 6.1 Схема кулачкового механизма:

1 — кулачок; 2 — ролик; 3 — толкатель

Исходные данные	Вариант (предпоследняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный ход ведомого звена $S_{2max}$ , мм	20	30	35	30	25	30	35	20	25	25
Эксцентриситет $e$ , (мм)	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
Максимальный угол давления $\gamma_{max}$ , град	35	40	30	40	40	30	35	30	40	30
Радиус ролика $r$ , (мм)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Частота вращения кулачка $n_1$ об/мин	400	800	900	500	1000	700	600	500	400	600

Рис.6.2 Закон движения толкателя кулачкового механизма (диаграммы изменения ускорений)

Вариант задания выбирается по предпоследней цифре учебного шифра.



## ЗАДАНИЕ № 7

## «Проектирование зубчатого механизма»

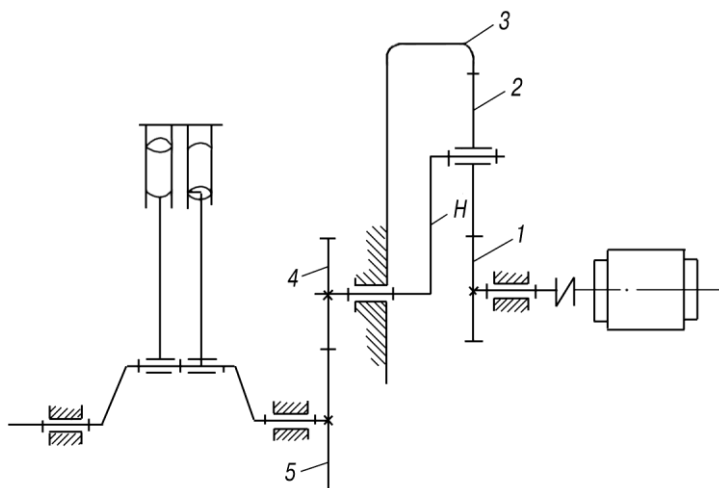


Рис.7 Механизм зубчатой передачи воздушного компрессора

Исходные данные	Вариант (последняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_5$ , об/мин	90	105	90	120	115	110	95	80	115	110
$n_1$ , об/мин	900	945	990	960	920	990	950	880	920	880
$z_4$	13	12	11	12	13	12	13	12	13	11
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
$m_{45}$ , мм	14	12	10	13	12	13	11	12	11	10
$h_a^*$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$C^*$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$m_{12}$ , мм	4	5	4	4	5	5	4	5	4	5
$q$	3	4	2	2	4	3	4	2	2	4

ЗАДАНИЕ № 8

«Динамический синтез кулачкового механизма»

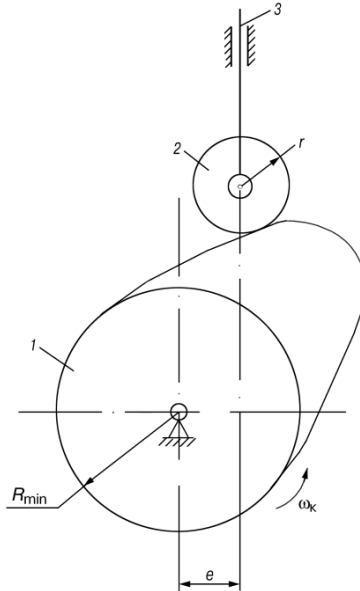


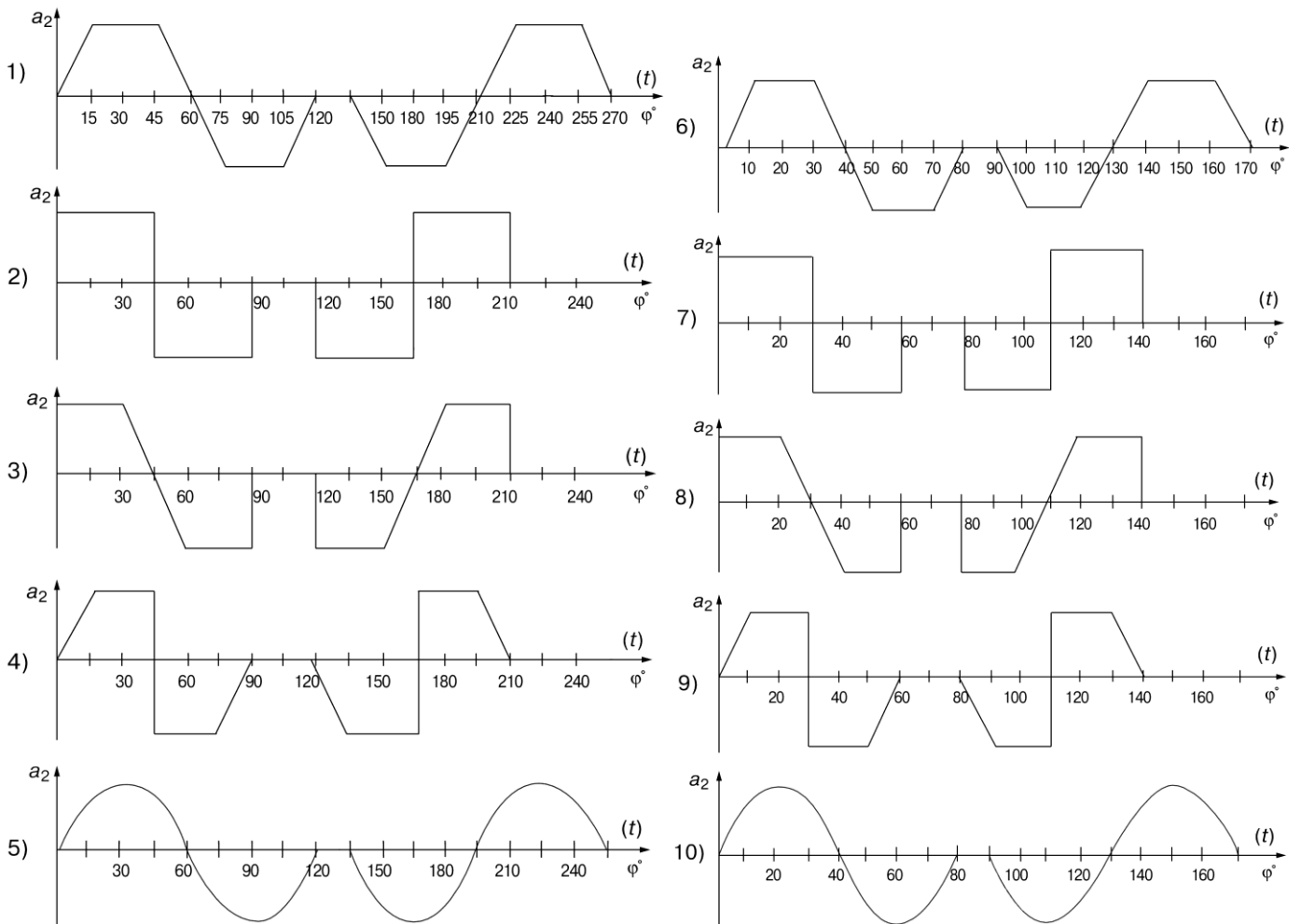
Рис. 8.1 Схема кулачкового механизма:

1 — кулачок; 2 — ролик; 3 — толкатель

Исходные данные	Вариант (последняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный ход ведомого звена $S_{2max}$ , мм	30	35	30	25	30	35	20	25	25	20
Эксцентриситет $e$ , (мм)	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
Максимальный угол давления $\gamma_{max}$ , град	35	40	30	40	40	30	35	30	40	30
Радиус ролика $r$ , (мм)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Частота вращения кулачка $n_1$ , об/мин	400	800	900	500	1000	700	600	500	400	600

Рис. 8.2 Закон движения толкателя кулачкового механизма (диаграммы изменения ускорений)

Вариант задания выбирается по предпоследней цифре учебного шифра.



**ЗАДАНИЕ № 9**

**«Проектирование зубчатого механизма»**

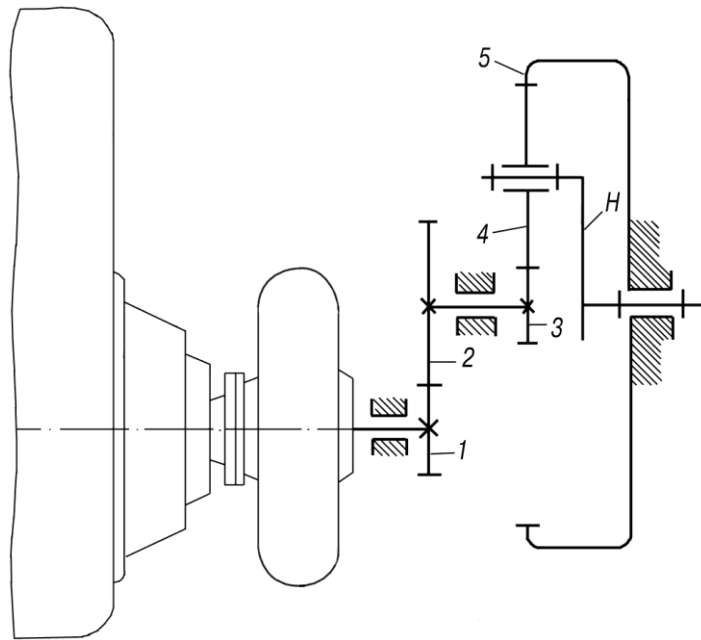


Рис. 9 Механизм гидромеханической коробки передач тепловозного дизеля М-753

Исходные данные	Вариант (последняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_1$ , об/мин	1200	1000	1300	1100	1400	1300	1500	1000	1600	1400
$n_2$ , об/мин	100	100	100	100	200	100	100	100	200	200
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
$m_{12}$ , мм	10	11	9	10	12	12	11	10	8	9
$z_1$	12	11	13	14	13	11	12	14	11	12
$h_a^*$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$C^*$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$m_{35}$ , мм	5	6	4	5	6	4	6	5	4	6
$q$	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3

ЗАДАНИЕ № 10

«Динамический синтез кулачкового механизма»

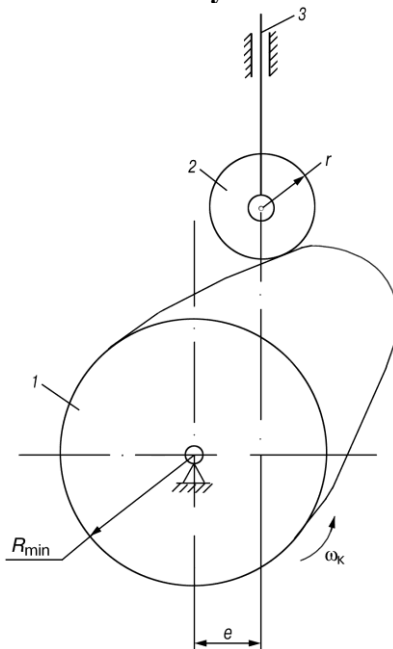


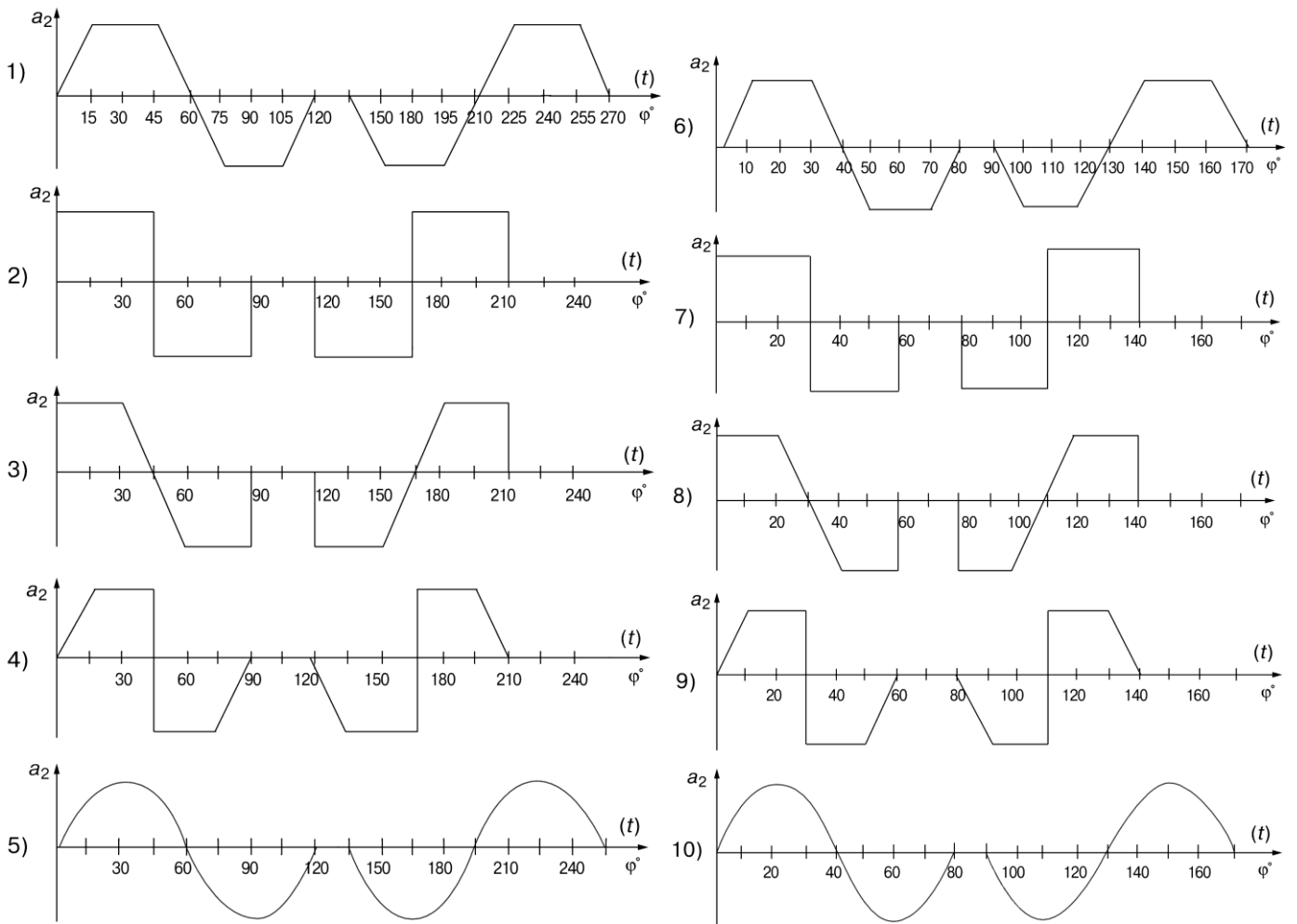
Рис. 10.1 Схема кулачкового механизма:

1 — кулачок; 2 — ролик; 3 — толкатель

Исходные данные	Вариант (последняя цифра учебного шифра)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный ход ведомого звена $S_{2max}$ , мм	20	30	35	30	25	30	35	20	25	25
Эксцентриситет $e$ , мм	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10
Исходные данные	Вариант (сумма двух последних цифр учебного шифра)									
	0 или 18	1 или 17	2 или 16	3 или 15	4 или 14	5 или 13	6 или 12	7 или 11	8 или 10	9
Максимальный угол давления $\gamma_{max}$ , град	35	40	30	40	40	30	35	30	40	30
Радиус ролика $r$ , (мм)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Частота вращения кулачка $n_1$ , об/мин	400	800	900	500	1000	700	600	500	400	600

Рис. 10.2 Закон движения толкателя кулачкового механизма (диаграммы изменения ускорений)

Вариант задания выбирается по предпоследней цифре учебного шифра.



## Краткие методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольную работу следует оформлять в соответствии с требованиями ЕСКД. Графическая часть контрольной работы выполняется карандашом или с использованием ЭВМ на чертежной бумаге формата А1 (841×594 мм). Все вспомогательные построения выполняются тонкими линиями и сохраняются на чертеже.

Над каждым отдельным чертежом и графиком, выполненным на листе, делается надпись (чертежным шрифтом) и указывается масштаб.

В правом нижнем углу листа ставится основная надпись (форма 1) на чертежах и схемах.

При размещении материала на листе следует руководствоваться образцом выполнения графической части, прилагаемым в приложениях методического руководства.

Графическая часть контрольной работы сопровождается расчетно-пояснительной запиской, написанной чернилами (напечатанной) на одной стороне листа формата А4 210×297 мм. Слева оставляются поля 20 мм, с трех других сторон — 5 мм. Пояснительная записка должна оформляться в соответствии с ГОСТ 2.105-79 «Текстовые документы», пункт 7, «Расчеты».

Титульный лист должен быть заполнен по ГОСТ 2.105-79 чертежным шрифтом.

Основная надпись для чертежей приведена на рис. 11, для первого листа текстового документа — на рис. 12, для второго и последующих листов текстового документа — на рис. 13.

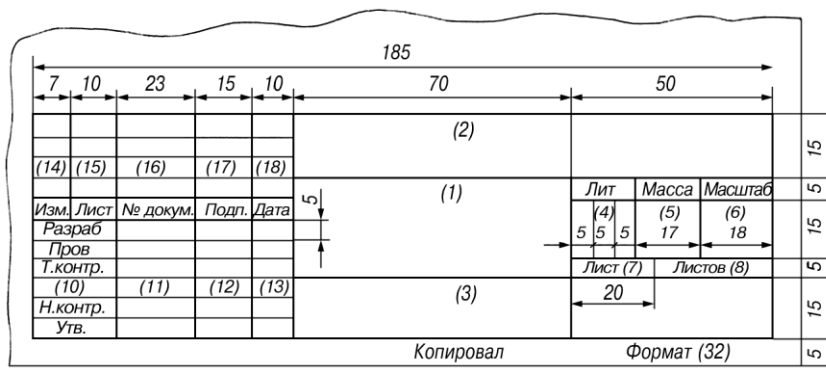


Рис. 11

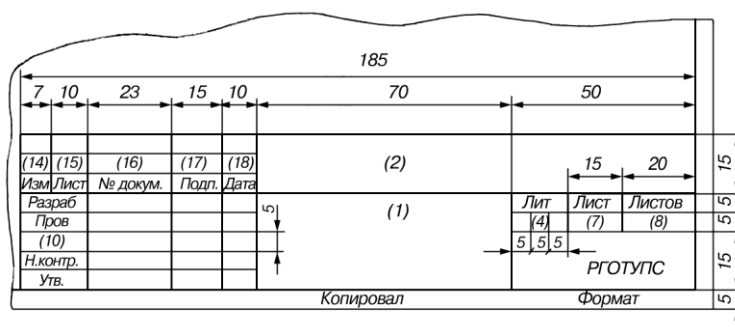


Рис. 12

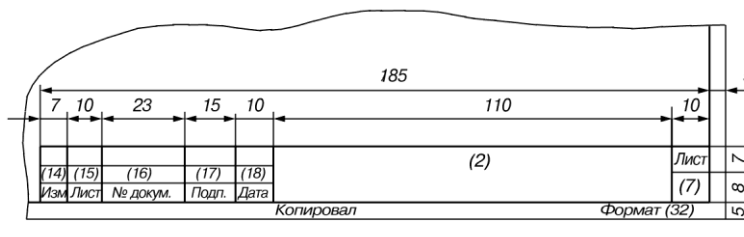


Рис. 13

На первом (заглавном) листе пояснительной записки рекомендуется поместить содержание работы (оглавления) с указанием номера листа.

Текст пояснительной записки должен начинаться с технического задания на проектирование, сопровождаемого исходными данными, а затем последовательно излагается расчетная часть контрольной работы.

Порядок выполнения контрольной работы должен соответствовать нумерации пунктов задания. С этой целью в пояснительной записке целесообразно выделить отдельные разделы, пункты, подпункты с краткими и ясными заголовками. Название разделов и пунктов приводится в оглавлении (содержании).

Для наглядности расчет желательно иллюстрировать схемами или делать соответствующие ссылки на графическую часть работы. Аналогичными ссылками на литературу, список которой приводится в конце записки, сопровождаются и используемые в расчете формулы. Результаты расчета по ним указываются после подстановки в них цифровых величин без приведения промежуточных вычислений. Все величины, входящие в формулы, сопровождаются обязательными пояснениями с указанием размерностей.

## Пример выполнения контрольной работы:

### Задание «Проектирование зубчатого механизма»

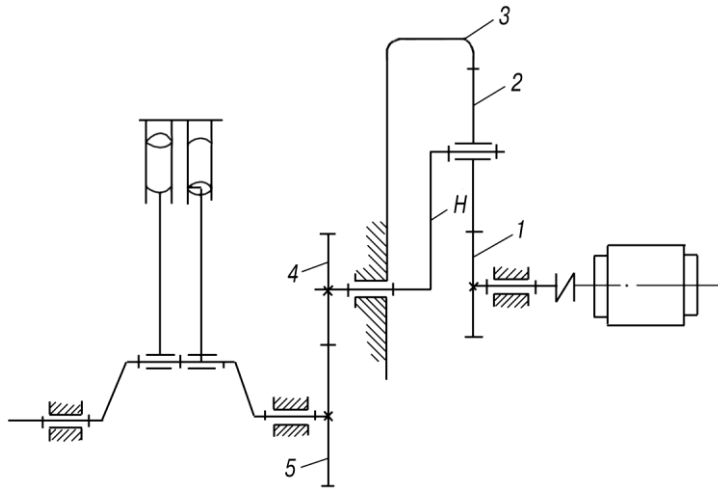


Рис. 14

Исходными данными для выполнения задания являются: схема привода (рис. 14), частота вращения двигателя  $n_{\text{ДВ}} = n_1 = 960$  об/мин, коленчатого вала  $n_{\text{К}} = n_5 = 100$  об/мин, модуль колес 1, 2, 3 принят одинаковым и равным 4 мм, число сателлитов  $q = 4$ , число зубьев  $z_4 = 10$ , модуль  $m_{45} = 11$  мм, угол профиля исходного контура режущего инструмента  $\alpha = 20^\circ$ , коэффициент высоты зуба  $h_a^* = 1$ , коэффициент радиального зазора  $C^* = 0,25$ .

#### Передаточное отношение механизма

По заданным исходным данным определяем передаточное отношение механизма

$$U_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{960}{100} = 9,6.$$

Разбиваем найденное значение  $U$  на планетарную и простую ступень

$$U_{15} = U_{1H} U_{45} = 4,8 \cdot 2 = 9,6,$$

приняв соответственно  $U_{1H} = 4,8$  и  $U_{45} = 2$ .

#### Геометрический расчет передачи

Произведем геометрический расчет цилиндрической прямозубой передачи, составленной из колес 4 и 5 при свободном выборе межосевого расстояния. Так как малое колесо имеет число зубьев  $z_4 = 10$ , необходимо определить наименьшее число зубьев  $z_{\text{min}}$ , которое можно нарезать без подреза:

$$z_{\text{min}} = 2h_a^* / \sin^2 \alpha = 2 \cdot 1 / \sin^2 20^\circ \approx 17.$$

Таким образом, нарезать малозубое колесо без подреза возможно при условии его корригирования (исправления).

Выбираем необходимый коэффициент смещения

$$x_4 = h_a^* (z_{\min} - z_4) / z_{\min} = 1(17-10)/17 = 0,411.$$

Принимаем  $x_4 = 0,42$ .

Колесо 5 имеет число зубьев

$$z_5 = U_{45} \cdot z_4 = 2 \cdot 10 = 20 > 17,$$

т.е., его можно изготовить некорригированным.

Принимаем  $x_5 = 0$ .

По основному уравнению зацепления определяем угол зацепления передачи

$$\begin{aligned} \operatorname{inv} \alpha_{\omega} &= \operatorname{inv} \alpha + \frac{2(x_4 + x_5) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2} = \operatorname{inv} 20^{\circ} + \frac{2(0,42 + 0) \operatorname{tg} 20^{\circ}}{10 + 20} = \\ &= 0,014904 + 0,0102 = 0,025104. \end{aligned}$$

Значение  $\operatorname{inv} 20^{\circ}$  находим по таблице эвольвентных функций. Воспользовавшись этой же таблицей, определяем значение  $\alpha_{\omega}$  по его инволюте  $\alpha_{\omega} = 23^{\circ} 38'$ .

Определяем коэффициент воспринимаемого смещения

$$\begin{aligned} y &= \frac{z_4 + z_5}{\cos \alpha_{\omega}} \cdot \sin \frac{\alpha_{\omega} + \alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha_{\omega} - \alpha}{2} = \\ &= \frac{10 + 20}{\cos 23^{\circ} 38'} \sin \frac{23^{\circ} 38' + 20^{\circ}}{2} \sin \frac{23^{\circ} 38' - 20^{\circ}}{2} = \\ &= \frac{30}{0,916} \cdot 0,3716 \cdot 0,0317 = 0,385. \end{aligned}$$

Подсчитываем коэффициент уравнивающего смещения

$$\Delta y = (x_4 + x_5) - y = 0,42 - 0,385 = 0,035.$$

Определяем геометрические размеры зубчатой передачи.

Диаметры делительных окружностей колес:

$$d_4 = m_{45} \cdot z_4 = 11 \cdot 10 = 110 \text{ мм},$$

$$d_5 = m_{45} \cdot z_5 = 11 \cdot 20 = 220 \text{ мм}$$

Диаметры основных окружностей:

$$d_{b4} = d_4 \cdot \cos \alpha = 110 \cdot \cos 20^{\circ} = 103,3 \text{ мм},$$

$$d_{b5} = d_5 \cdot \cos \alpha = 220 \cdot \cos 20^{\circ} = 206,6 \text{ мм}.$$

Диаметры начальных окружностей:

$$d_{\omega 4} = d_4 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{\omega}} = 110 \frac{\cos 20^{\circ}}{\cos 23^{\circ} 38'} = 110 \frac{0,93969}{0,91613} = 112,82$$

$$d_{\omega 5} = d_5 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{\omega}} = 220 \frac{\cos 20^{\circ}}{\cos 23^{\circ} 38'} = 220 \frac{0,93969}{0,91613} = 225,65$$

Межосевое расстояние:

$$a_{\omega 45} = \frac{d_4 + d_5}{2} + ym_{45} = \frac{110 + 220}{2} + 0,385 \cdot 11 = 169,23 \text{ мм.}$$

Проверка этого результата дает

$$a_{\omega 45} = \frac{d_{\omega 4} + d_{\omega 5}}{2} = \frac{112,82 + 225,65}{2} = 169,23 \text{ мм.}$$

Диаметры окружностей выступов:

$$d_{a4} = m_{45}(z_4 + 2h_a^* + 2x_4 - 2\Delta y) = 11(10 + 2,1 + 2,0,42 - 2,0,035) = 140,47 \text{ мм,}$$

$$d_{a5} = m_{45}(z_5 + 2h_a^* + 2x_5 - 2\Delta y) = 11(20 + 2,1 + 2,0,42 - 2,0,035) = 241,23 \text{ мм.}$$

Диаметры окружностей впадин:

$$d_{f4} = m_{45}(z_4 - 2h_a^* + 2x_4 - 2c^*) = 11(10 - 2,1 + 2,0,42 - 2,0,25) = 91,74 \text{ мм,}$$

$$d_{f5} = m_{45}(z_5 - 2h_a^* + 2x_5 - 2c^*) = 11(20 - 2,1 + 2,0 - 2,0,25) = 192,5 \text{ мм.}$$

Высота зуба

$$H = m_{45}(2h_a^* + c^* - \Delta y) = 11(2,1 + 0,25 - 0,035) = 24,36 \text{ мм.}$$

Толщина зубьев по делительным окружностям колес:

$$S_4 = m_{45}(\pi/2 + 2x_4 \text{tg}\alpha) = 11(3,14/2 + 2,0,42 \cdot \text{tg}20^\circ) = 20,63 \text{ мм,}$$

$$S_5 = m_{45}(\pi/2 + 2x_5 \text{tg}\alpha) = 11(3,14/2 + 2,0 \cdot \text{tg}20^\circ) = 17,27 \text{ мм.}$$

Проверка произведенного расчета:

$$a_{w45} = d_{a4}/2 + C^*m_{45} + d_{f5}/2 = 70,23 + 0,25 \cdot 11 + 96,25 = 169,23 \text{ мм.}$$

$$a_{w45} = d_{a5}/2 + C^*m_{45} + d_{f4}/2 = 120,61 + 0,25 \cdot 11 + 45,87 = 169,23 \text{ мм.}$$

При несовпадении результатов проверки с ранее определенным значением  $a_{w45}$  необходимо произвести тщательную проверку расчета.

Проверка зуба малого колеса на заострение

$$\begin{aligned} S_{\alpha 4} &= m_{45} \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_{\alpha 4}} \left[ \frac{\pi}{2} + 2x_4 \cdot \text{tg}\alpha - z_4 (\text{inv}\alpha_{\alpha 4} - \text{inv}\alpha) \right] = \\ &= 11 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 42^\circ 31'} \left[ \frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,42 \cdot \text{tg}20^\circ - 10(\text{inv}42^\circ 31' - \text{inv}20^\circ) \right] = \\ &= 3,88 \text{ мм} > 0,2m = 0,2 \cdot 11 = 2,2 \text{ мм.} \end{aligned}$$

где  $\alpha_{\alpha 4}$  – угол давления на окружности выступов,

$$\cos\alpha_{\alpha 4} = d_{\omega 4}/d_{a4} = 103,3/140,47 = 0,737,$$

$$\alpha_{a4} = 42^{\circ}31'.$$

Определим коэффициент перекрытия зубчатой передачи

$$\begin{aligned} \varepsilon_{45} &= \frac{z_4}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a4} - \operatorname{tg}\alpha_{\omega}) + \frac{z_5}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a5} - \operatorname{tg}\alpha_{\omega}) = \\ &= \frac{10}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg}42^{\circ}31' - \operatorname{tg}23^{\circ}38') + \frac{20}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg}31^{\circ}01' - \operatorname{tg}23^{\circ}38') = \\ &= 1,285 > 1,0, \end{aligned}$$

где  $\cos\alpha_{a5} = d_{e5}/d_{a5} = 206,6/241,23 = 0,857$ ;

$$\alpha_{a5} = 31^{\circ}01'.$$

### Построение профилей зубьев колес

«Нарезание» зубьев малого колеса производится с использованием схемы станочного зацепления, для построения которой следует сделать следующее:

1. В произвольно выбранном масштабе

$$K_{\ell} = \frac{d_{\ast}}{20\pi} = \frac{0,11}{2 \times 110} = 0,0005 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

вычерчиваются окружности зубчатого колеса: делительная (станочно-начальная), окружность выступов, основная и окружность впадин (рис. 15);

2. В этом же масштабе проводятся основные линии исходного контура инструмента: делительная прямая (средняя линия рейки) с учетом расчетного смещения  $x_{\mathcal{A}}m = 0,42 \cdot 11 = 4,62$  мм, прямые выступов, впадин, галтелей и начальная прямая, расположенная касательно к делительной окружности;

3. В точке касания делительной окружности и начальной прямой отмечается полюс зацепления П, через который касательно к основной окружности проводится линия станочного зацепления;

4. Нарезание профиля зуба осуществляется последовательным перемещением режущей кромки  $abc$ , жестко связанной со станочно-начальной прямой исходного контура при обкатке последней без скольжения по делительной окружности нарезаемого колеса.

Для построения последовательных положений режущей кромки  $abc$  на станочно-начальной прямой откладываем ряд отрезков произвольной длины (25...30 мм) и отмечаем точки 1, 2, 3 и т.д. Такие же по величине отрезки откладываем по хорде на делительной окружности и отмечаем точки 1', 2', 3' и т.д.

При качении без скольжения начальной прямой по делительной окружности точки 1, 2, 3... будут последовательно совпадать с точками 1', 2', 3'...

Для построения промежуточного положения контура  $abc$  достаточно найти положение прямолинейного участка режущей кромки и центра скругления  $W$ . Режущая кромка наклонена к начальной прямой под углом  $90^{\circ} - \alpha$ . Первоначальное положение режущей кромки можно провести, например, через точку 2, прямолинейный участок которой располагается перпендикулярно линии станочного зацепления. Закругления строятся радиусом  $\rho$  в масштабе  $k_{\rho}$ .

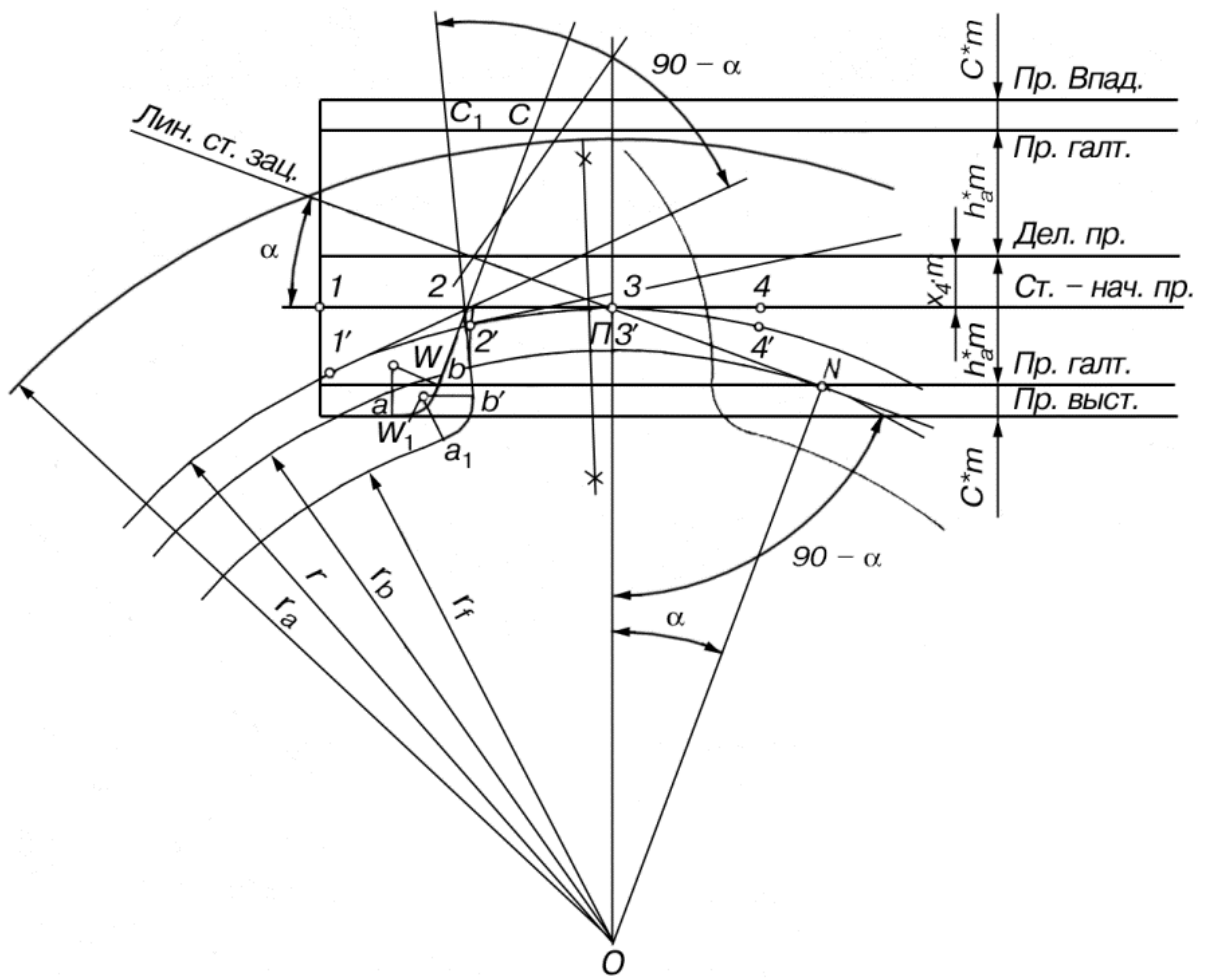


Рис. 15

$$\rho = \frac{C^*m}{1 - \sin \alpha} = \frac{0,25 \cdot 11}{1 - \sin 20^\circ} = 4,18 \text{ мм.}$$

Центр скругления  $W$  определяется по правилу построения сопряжений и находится на расстоянии, равном  $\rho$  от прямолинейного участка режущей кромки и прямой выступов.

Допустим, необходимо построить положение кромки  $abc$ , когда точка  $l$  на начальной прямой при обкатке совпадет с точкой  $l'$  на делительной окружности. С этой целью через точку  $l'$  проводим касательную к делительной окружности и откладываем на ней от точки  $l'$  отрезок, равный отрезку  $l2$ . Через полученную точку под углом  $90 - \alpha$  ( $70^\circ$ ) к касательной проводим прямую линию. Отложим на этой прямой вниз отрезок, равный отрезку  $2b$ , и, восстановив к концу отрезка перпендикуляр длиной  $\rho$ , получим новое положение центра скругления  $W_1$ . Проведя дугу радиусом  $\rho$  из центра скругления  $W_1$ , получаем новое положение кромки  $a_1b_1c_1$ .

Остальные положения строятся аналогичным образом. В процессе обкатки точки  $C$  и  $W$  описывают соответственно укороченную и удлиненную эвольвенты. Процесс обкатки следует продолжать до тех пор, пока не вырисуетя явно профиль зуба, который получится как огибающая к смежным положениям исходного контура  $abc$ .

Противоположный профиль зуба строится по закону симметрии. По делительной окружности откладывается хорда, равная толщине зуба,

$$\bar{S}_4 = m_{z_4} z_4 \sin \psi = 11 \cdot 10 \cdot \sin 10^\circ 45' = 20,5 \text{ мм.}$$

где

$$\psi = \frac{180^\circ}{z_4} \left( \frac{1}{2} + \frac{2x_4 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\pi} \right) = \frac{180^\circ}{10} \left( \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 0,42 \cdot \operatorname{tg}20^\circ}{3,14} \right) \approx 10^\circ 45',$$

т.е. толщина зуба по хорде  $S_4$  почти равна толщине зуба по дуге делительной окружности. Практически можно пользоваться толщиной зуба по дуге окружности. Хорда  $S_4$  делится пополам, и через полученную точку проводится ось симметрии зуба, направленная на центр колеса. Проведя затем ряд концентрических окружностей и отложив на них симметричные точки профиля, построим противоположный профиль.

Всего строится не менее трех зубьев. Для этого от оси симметрии зуба по делительной окружности откладывается шаг по хорде, вычисляемой по формуле

$$\bar{p}_4 = m_{45} z_4 \sin \frac{\tau}{2} = 11 \cdot 10 \cdot \sin \frac{36^\circ}{2} = 34 \text{ мм.}$$

где

$$\tau = \frac{360^\circ}{z_4} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ,$$

и проводится ось симметрии зуба, относительно которой строится профиль зуба ранее описанным способом.

Для проверки правильности нарезанных зубьев необходимо показать исходный контур инструмента.

После этого вычерчивается схема зацепления колес (см. прил. 1 к методическим указаниям). В ранее выбранном масштабе  $K_I$  м/мм, откладывается межосевое расстояние колес  $a_{45}$  и отмечаются центры колес  $O_4$  и  $O_5$ , из которых описываются окружности колес: начальные, делительные, основные, выступов и впадин. При этом следует проверить касание начальных окружностей, величину воспринимаемого смещения  $um_{45}$ , равного расстоянию между делительными окружностями и размер по линии центров между окружностью выступов одного колеса и окружностью впадин другого колеса, который должен быть равен величине радиального зазора  $C^*m_{45}$ .

Через точку контакта начальных окружностей (полюс зацепления  $P$ ) проводится линия зацепления по касательной к основным окружностям, и отмечаются точки касания  $N_4$  и  $N_5$ . Линия зацепления образует с перпендикуляром, проведенным через точку  $P$  к линии центров, угол зацепления  $\alpha_\omega$ . Рабочий участок линии зацепления  $B^{\prime}B^{\prime\prime}$  заключен между окружностями выступов колес. Причем в точке  $B^{\prime}$  начинается зацепление зубьев, а в точке  $B^{\prime\prime}$  заканчивается.

На каждом из колес строится не менее трех зубьев. Малое колесо переносится без изменения со схемы станочного зацепления, показав профиль одного из зубьев проходящим через полюс зацепления. Построить профиль зубьев большого колеса можно по схеме станочного зацепления, но для упрощения задачи допустимо воспользоваться обычным приемом построения эвольвенты (рис. 16). С этой целью отрезок линии зацепления  $PN_5$  разбивается на равное число частей и отмечаются точки делений  $1, 2, 3 \dots$  с продолжением за точку  $N_5$ . Полученные отрезки в обе стороны от точки  $N_5$  откладывают по хорде на основной окружности, отмечая точки  $1', 2', 3' \dots$ . Отрезок линии зацепления  $PN_5$  играет роль производящей прямой, при обкатке которой без скольжения по основной окружности точка  $P$  опишет эвольвентную часть профиля зуба. Соединяя точки деления на основной окружности с центром колеса и проводя через них касательные к основной окружности (перпендикуляры к проведенным радиусам),

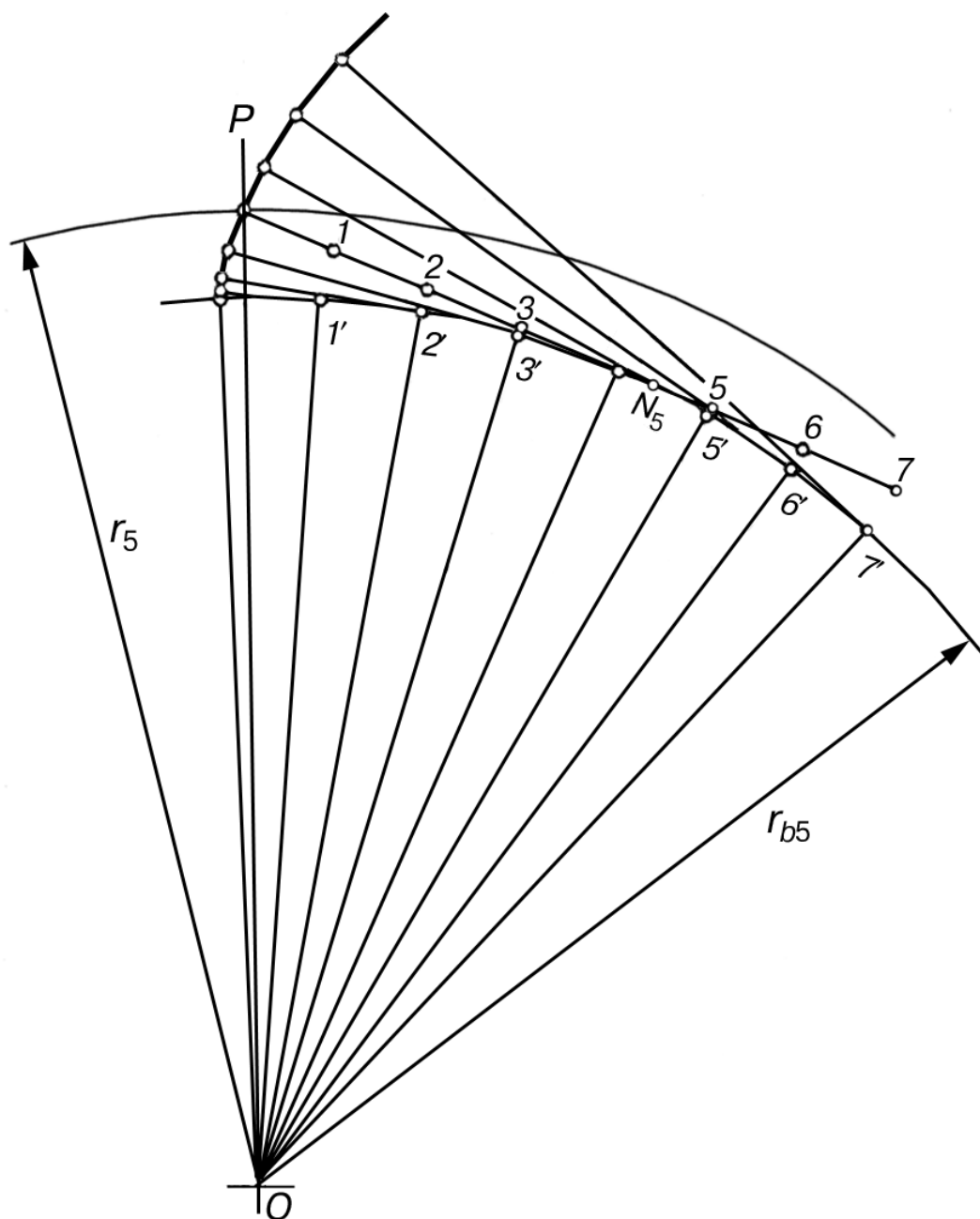


Рис. 16.

откладываем на последних отрезки, равные расстоянию до полюса  $P$  от соответствующей точки деления. Так, например, при совпадении точки 2 прямой с точкой 2' основной окружности от последней откладывается расстояние по касательной, равное отрезку  $2P$  и т.д. Найденные на касательных точки соединяются плавной кривой, представляющей собой эвольвентный участок профиля зуба. Построение эвольвенты необходимо произвести в пределах от основной окружности до окружности выступов. С этой целью потребуются использовать точки деления, лежащие по другую сторону от точки  $N_5$ . В пределах от основной окружности до окружности впадин ( $d_f < d_B$ ) профиль зуба очерчивается по радиальной прямой и закругляется в основании радиусом галтели, равным  $0,2m$ . Если радиус окружности впадин больше радиуса основной окружности ( $d_f > d_B$ ), то эвольвентный участок профиля зуба непосредственно сопрягается с окружностью впадин радиусом  $0,2m$ . Симметричная часть профиля зуба, включая и последующие зубья, строится по ранее описанному способу.

В построенном зацеплении необходимо показать рабочие участки профилей зубьев, непосредственно участвующих в зацеплении. Последние достаточно отметить только на профилях зубьев, контактирующих в полюсе зацепления. Примем во внимание, что в точке  $B'$  начинается зацепление, т.е. в этой точке встречаются крайняя точка головки зуба большого колеса и наинизшая точка ножки зуба малого колеса. Чтобы найти положение последней, достаточно радиусом  $B'O_4$  сделать засечку на профиле зуба малого колеса. Наинизшая точка, участвующая в зацеплении профиля большого колеса, определяется аналогичным образом, делая засечку на профиле зуба радиусом  $B'O_5$ . Профили зубьев участвуют в зацеплении от найденных наинизших точек до вершин зубьев. Эти участки на схеме отмечаются двойной линией.

Показав положение зубьев колес в начале и конце зацепления, можно определить длину дуги зацепления по любой из окружностей, в пределах которой происходит зацепление зубьев. Так  $T_{B5}$  является дугой зацепления по делительной окружности. Для непрерывности зацепления необходимо, чтобы дуга зацепления была всегда больше шага по той же окружности. Это отношение характеризуется коэффициентом перекрытия

$$\varepsilon = \frac{T_{B5}}{P_{B5}} = \frac{(B'B'')K_l}{\pi m_{\text{сб}} \cos \alpha} = \frac{83 \cdot 0,0005}{3,14 \cdot 0,011 \cdot \cos 20^\circ} = 1,28.$$

Равенство вытекает из свойств эвольвенты. На схеме зацепления должны быть показаны все необходимые размеры: радиусы окружностей колес, высота зуба, межосевое расстояние, угол зацепления, радиальный зазор и т.п.

#### Кинематический анализ схемы планетарной передачи

Предварительный расчет схемы необходимо начать с вывода зависимости для передаточного отношения планетарной ступени. К планетарным относятся механизмы с подвижными геометрическими осями колес. Для вывода формулы передаточного отношения необходимо планетарный механизм преобразовать в простой, с неподвижными осями колес. С этой целью сообщим всем звеньям планетарной ступени угловую скорость, равную по величине, но обратную по знаку угловой скорости водила, т.е.  $-\omega_H$ , в результате чего звенья механизма получают угловые скорости:

колесо 1  $\omega_1 - \omega_H$ ,

колесо 2  $\omega_2 - \omega_H$ ,

колесо 3  $\omega_3 - \omega_H$ ,

звено  $H$   $\omega_H - \omega_H = 0$ .

Таким образом, водило  $H$  станет неподвижным, а, следовательно, неподвижным окажется и геометрическая ось колеса 2, т.е. получится так называемый *приведенный механизм*, передаточное отношение для любой ступени которого определяется как для передачи с неподвижными осями

$$\frac{\omega_i - \omega_i}{\omega_k - \omega_i} = \pm \frac{z_k}{z_i},$$

где  $i$  и  $k$  – индексы колес, находящихся в зацеплении.

Знак «минус» для внешнего и знак «плюс» — для внутреннего зацепления колес. Эта формула впервые была получена Виллисом, и аналитический способ определения передаточного отношения был назван именем автора.

Практически составляется выражение передаточного отношения для каждой ступени приведенного механизма, и в результате решения составленной системы находится требуемое передаточное отношение.

Так, для первой ступени 1-2 имеем

$$\frac{\omega_1 - \omega_i}{\omega_2 - \omega_i} = -\frac{z_2}{z_1}.$$

и, соответственно, для второй ступени 2-3

$$\frac{\omega_2 - \omega_i}{\omega_3 - \omega_i} = +\frac{z_3}{z_2}.$$

Решая совместно составленную систему уравнений, найдем передаточное отношение

$$u_{1i} = \frac{\omega_1}{\omega_i} = ?$$

Перемножив между собой левые и правые части уравнений и приняв во внимание, что  $\omega_3 = 0$  (зубчатый венец 3 жестко связан с неподвижным корпусом передачи), будем иметь

$$\frac{\omega_1 - \omega_i}{-\omega_i} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Разделив почленно на  $-\omega_i$  и поменяв знаки на обратные, найдем искомое передаточное отношение

$$u_{1i} = \frac{\omega_1}{\omega_i} = 1 + \frac{z_3}{z_1}.$$

### Подбор чисел зубьев планетарной передачи

При подборе числа зубьев планетарной передачи необходимо выполнить три условия сборки.

1. Условие соосности для предлагаемой схемы планетарного редуктора

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2.$$

2. Условие соседства

$$\sin \frac{180}{q} > \frac{z_2 + 2h_a^*}{z_1 + z_2}.$$

3. Условие сборки с симметрией зон зацепления

$$\frac{z_1 u_{1i}}{q} (1 + qn) = \gamma,$$

где  $n$  — целое число поворотов водила;

$q$  — любое целое число.

Решая совместно приведенные уравнения, получим расчетные зависимости для подбора чисел зубьев.

Для этой цели наиболее удобно составить общее уравнение сборки. Выразив из условия передаточного отношения

$$z_3 = (u_{IH} - 1)z_1.$$

Из уравнения соосности

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{(u_{II} - 1)z_1 - z_1}{2} = \frac{(u_{II} - 2)z_1}{2}$$

и учитывая условие сборки, составим систему отношений

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = z_1 : \frac{(u_{II} - 2)}{2} z_1 : (u_{II} - 1)z_1 : \frac{z_1 u_{II}}{q} (1 + qn),$$

или

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = \left[ 1 : \frac{(u_{II} - 2)}{2} : (u_{II} - 1) : \frac{u_{II}}{q} (1 + qn) \right] \cdot z_1.$$

Полученное выражение представляет собой общее уравнение сборки, подставляя в которое значения  $u_{IH}$  и  $q$ , будем иметь

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = \left[ 1 : \frac{28}{20} : \frac{38}{10} : \frac{48}{40} \right] \cdot z_1.$$

При назначении  $z_1$  необходимо учитывать условие правильного зацепления, исключая возможность заклинивания передачи. Для указанной схемы планетарного редуктора, составленной из некорректированных колес, необходимо обеспечить отсутствие подреза и среза зубьев, т.е. каждое из колес должно иметь число зубьев большее минимального значения. Во избежание подреза зубьев нулевых колес внешнего зацепления при  $\alpha = 20^\circ$  и  $h_a^* = 1$   $z_{min} \approx 17$ , при тех же параметрах зуборезного инструмента для внутреннего зацепления минимальное число зубьев колеса с внутренними зубьями  $z_{min\ вн} > 85$  и для сцепляющихся с ним колес с внешними зубьями  $z_{min\ вт} = 20$ . Разность чисел зубьев колес внутреннего зацепления  $z_{min\ вн} - z_{min\ вт} = 8$ . В нашем случае необходимо получить  $z_1 = 17$ ,  $z_2 = 20$ ,  $z_3 = 85$ ,  $z_3 - z_2 = 8$ . Приняв  $z_1 = 25$ , получим  $z_2 = 35$ ,  $z_3 = 95$  и  $\gamma = 30$ , т.е. условия правильности зацепления выполняются.

Произведя проверку по условию соседства

$$\sin \frac{180}{q} > \frac{z_2 + 2h_a^*}{z_1 + z_2}$$

убеждаемся, что неравенство выполняется.

$$0,707 > \frac{35 + 2 \cdot 1}{25 + 35} = 0,616.$$

Подобранный вариант чисел зубьев колес может быть принят для дальнейшей проработки.

Определяем диаметры начальных окружностей колес.

$$d_{w1} = m_{13} \cdot z_1 = 4 \cdot 25 = 100 \text{ мм},$$

$$d_{w2} = m_{13} \cdot z_2 = 4 \cdot 35 = 140 \text{ мм},$$

$$d_{w3} = m_{13} \cdot z_3 = 4 \cdot 95 = 380 \text{ мм}$$

Вычерчиваем схему редуктора (см. прил. 1), приняв диаметры начальных окружностей колес 4 и 5

$$d_{w4} = 112,82 \text{ мм}, \quad d_{w5} = 225,65 \text{ мм}.$$

на основании геометрического расчета. Масштабом построения задаемся из условия размещения схемы на листе

$$K_l = K_t = \frac{\frac{d_{w3}}{2}}{OC} = \frac{0,380}{2 \cdot 95} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

где  $d_{w3} = 380 \text{ мм} = 0,380 \text{ м}$ .

Построим планы (треугольники) распределения скоростей для каждого из колес механизма. С этой целью на оси вращения колеса 1 выбираем начало координат и откладываем по вертикальной оси радиусы колес редуктора, а по горизонтальной оси — линейные скорости их вращения.

Скорость точки  $A$  колеса 1

$$V_A = \frac{\pi n_1}{30} \times \frac{d_{w1}}{2} = \frac{3,14 \cdot 960}{30} \times \frac{0,1}{2} = 5,024 \text{ м/с}$$

Задавшись масштабом скоростей

$$K_v = \frac{V_A}{AA'} = \frac{5,024}{50} \cong 0,1 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

отложим скорость точки  $A$ , измеряемую на чертеже отрезком  $AA'$ . Скорость центра  $O$  колеса 1 равна нулю. Соединяя точку  $A$  вектора  $AA'$  с центром  $O$ , получим треугольник скоростей для колеса 1. Сателлит 2 совершает плоско-параллельное движение, скорости которого также распределяются по линейному закону. Для получения последнего необходимо знать скорости любых двух точек звена. Такими точками будут точка  $A$ , принадлежащая одновременно колесам 1 и 2, и точка  $C$ , принадлежащая колесу 3, скорость которой равна нулю. Соединяя точку  $A$  вектора  $AA'$  с точкой  $C$ , лежащей на оси ординат, получим закон распределения скоростей для сателлита 2. По этому закону можно определить скорость точки  $B$  водила, измеряемую на чертеже вектором  $BB'$ . Модуль этой скорости будет равен

$$V_B = \overline{BB'} \cdot K_v = 25 \cdot 0,1 = 2,5 \text{ м/с}.$$

Зная скорость центра вращения водила, построим закон распределения скоростей для водила, соединив точку  $B$  вектора  $BB'$  с началом координат. Колесо 4 жестко посажено на ось водила, следовательно, и закон распределения скоростей для него будет таким же, как и для водила. Определив по найденному закону скорость точки  $D$  колеса 4 пропорциональной вектору  $DD'$ , построим закон распределения скоростей для колеса 5, соединив точку  $D$  вектора  $DD'$  с точкой  $O$  — центром вращения колеса 5. По построенным

треугольникам скоростей можно приближенно определить передаточное отношение редуктора.

Известно, что угловые скорости колес пропорциональны тангенсам углов наклона к оси радиальных лучей, характеризующих законы распределения скоростей, т.е.

$$\omega_1 = \frac{K_V}{K_I} \cdot \operatorname{tg}\psi_1, \quad \omega_H = \frac{K_V}{K_I} \operatorname{tg}\psi_H \text{ и т. д.}$$

Следовательно, передаточное отношение, например, планетарной ступени редуктора выразится

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\operatorname{tg}\psi_1}{\operatorname{tg}\psi_H}$$

или, заменяя отношение тангенсов отношением отрезков, будем иметь

$$u_{1H} = \frac{\overline{AA'}}{\overline{AA''}} = \frac{50,3}{10,5} = 4,8$$

Если отрезки  $\overline{AA'}$  и  $\overline{AA''}$  расположены по одну сторону от оси радиусов, то передаточное отношение имеет знак плюс, при расположении по разную сторону — знак минус.

По треугольникам скоростей строится план чисел оборотов колес редуктора. Для этого в произвольном месте чертежа проводится горизонтальная прямая, на произвольном расстоянии от которой выбирается полюс плана  $O$ . Проводя через полюс  $O$  лучи до пересечения с горизонтальной прямой, параллельные соответствующим лучам треугольников скоростей, получим на прямой отрезки, измеряемые от основания перпендикуляра  $OP$ , пропорциональные числам оборотов колес. Масштаб плана определится

$$k_n = n_d / 1P \text{ об/мин/мм.}$$

По плану чисел оборотов определяется число оборотов любого колеса:

$$n_{23} = \overline{2P} \cdot k_n, \text{ об/мин,}$$

$$n_H = \overline{HP} \cdot k_n, \text{ об/мин и т. д.}$$

Соответственно и передаточное отношение найдется

$$U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{\overline{1P}}{\overline{HP}}$$

## Пример выполнения контрольной работы:

### Задание «Динамический синтез кулачкового механизма»

В качестве примера проведем исследование схемы кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. прил. 2). Закон изменения ускорений толкателя  $\bar{a}_2 = \frac{d^2 \bar{S}_2}{dt^2}$  изображен на рис. 2а, прил. 2. Рабочий угол профиля кулачка  $\varphi_p = 210^\circ$  (из диаграммы). Число оборотов кулачка  $n_1 = 600$  об/мин; максимальный ход ведомого звена  $S_{2max} = 44$  мм; предельное значение угла давления  $\gamma_{max} = 40^\circ$ ; радиус ролика  $r = 10$  мм; эксцентриситет  $e = 12$  мм.

Требуется построить теоретический и практический профили кулачка с обеспечением  $\gamma \leq \gamma_{max} = 40^\circ$ .

#### 1. Определение числа степеней свободы механизма

Определим число степеней свободы механизма.

Как уже отмечалось выше, число степеней свободы механизма можно определить по формуле П.Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

Данный механизм имеет: число подвижных звеньев  $n = 3$  (на схеме механизма все подвижные звенья пронумерованы от 1 до 3, а неподвижное звено обозначено через 0); число низших кинематических пар  $p_5 = 3$ , число высших кинематических пар  $p_4 = 1$ .

Следовательно, степень подвижности его равна

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

Механизм обладает лишней степенью свободы. Этой лишней степени свободы соответствует возможность вращения ролика 2 вокруг своей оси А.

#### 2. Синтез кулачкового механизма

Задача синтеза кулачковых механизмов состоит в том, чтобы построить профиль кулачков, удовлетворяющий поставленным технологическим процессом требованиям.

##### 1. Определение линейных скоростей и перемещений ведомого звена

Одним из условий решения поставленной задачи является необходимость задания закона движения толкателя в форме трех кинематических диаграмм

$$S_2 = S_2(t); \quad v_2 = \frac{dS_2}{dt}; \quad a_2 = \frac{d^2 S_2}{dt^2}.$$

В задании нам дана только одна диаграмма  $\dot{a}_2 = \frac{d^2 S_2}{dt^2}$ .

Поэтому первые две диаграммы следует предварительно построить путем последовательного двукратного графического интегрирования заданной диаграммы. В

произвольном масштабе вычерчиваем заданный закон ускорения ведомого звена

$$\dot{a}_2 = \frac{d^2 S_2}{dt^2} \text{ (рис. 2А, прил. 2).}$$

Время, соответствующее одному обороту кулачка  $T = 60/n_1$ , где  $n_1$  — число оборотов кулачка в минуту. Согласно заданию  $n_1 = 600$  об/мин, тогда имеем  $T = 60/600 = 0,1$  с.

Пусть отрезок  $\bar{T}$ , соответствующий времени одного оборота, на графике принят равным  $\bar{T} = 240$  мм. Разделим его на 24 части, и каждое деление  $\Delta\bar{T}_i = 10$  мм соответствует  $15^\circ$ .

Определим масштаб времени  $k_t$ :

$$k_t = \frac{T}{\bar{T}} = \frac{0,1}{240} = \frac{1}{2400} \frac{\text{с}}{\text{мм}}.$$

В течение каждого промежутка времени  $\Delta\bar{T}_1, \Delta\bar{T}_2, \Delta\bar{T}_3, \dots, \Delta\bar{T}_i$

вследствие их малости можно считать величину ускорения в виде отрезков равной какой-то осредненной постоянной величине  $\bar{a}_{cp1}, \bar{a}_{cp2}, \bar{a}_{cp3}, \dots, \bar{a}_{cpi}$

соответственно промежуткам времени.

Примем среднее ускорение  $a_{cpi}$ , равное ординате, у которой абсцисса равна  $\frac{\Delta\bar{T}_i}{2}$ , т.е. в каждом промежутке времени криволинейная трапеция заменится прямоугольником с высотой  $\bar{a}_{cpi}$ .

Проведем из точек  $1', 2', 3'$  и т.д. прямые, параллельные оси абсцисс до пересечения с осью ординат, и таким образом получим точки  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_i$  (рис. 2А, прил. 2).

На продолжении оси  $\bar{ot}$  влево на произвольном расстоянии  $H_1 = 20$  мм от начала координат выбираем полюс  $P_1$ . Соединяем точку  $P_1$  с точками  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_i$ . Полученные лучи  $P_1b_1, P_1b_2, \dots, P_1b_i$  образуют с осью абсцисс углы, тангенсы которых пропорциональны средним ускорениям толкателя. Следовательно, их можно считать углами наклона графика скорости, соответствующими промежуткам времени  $\Delta\bar{T}_1, \Delta\bar{T}_2, \Delta\bar{T}_3, \dots, \Delta\bar{T}_i$ . На основании этого можно заключить, что для построения графика изменения скорости  $V_2$  толкателя нужно из точки  $O$  провести прямую, параллельную лучу  $P_1b_1$  в интервале отрезка времени  $\Delta\bar{T}_1$ ; из конца этой прямой в интервале отрезка времени  $\Delta\bar{T}_2$  провести прямую, параллельную лучу  $P_1b_2$  и т.д.

Последовательно соединяя все отрезки плавной кривой, получим график изменения скорости  $\bar{v}_2 = \frac{d\bar{S}_2}{d\bar{t}_2}$  (рис. 2б, прил. 2).

Совершенно аналогично, интегрируя график изменения скорости, получим вторую интегральную кривую – график перемещения ведомого звена  $\bar{S}_2 = S_2(t)$  (рис. 2в, прил. 2).

Определим начальные условия для кулачкового механизма. Учитывая, что в нижнем положении толкателя его скорость равна нулю, начало отсчета времени отнесем к этому моменту. Исходя из этого, получим следующие начальные условия для кулачкового механизма

$$t_0 = 0; x_2 = 0; S_0 = S_{\min}$$

## 2. Определение масштабов графиков

Для графика  $\bar{S} = \bar{S}(t)$  максимальный ход толкателя  $S_{\max} = 44$  мм (согласно заданию), тогда масштаб кривой определится

$$k_s = \frac{S_{\max}}{\bar{S}_{\max}} = \frac{44}{44} = 1 \frac{\text{мм}}{\text{мм}} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

$\bar{S}_{\max}$  — найдено из графика (рис. 2в, прил. 2) и представляет собой отрезок, соответствующий максимальному перемещению толкателя.

Масштаб графика изменения скорости  $k_v$  определится из выражения

$$k_v = \frac{k_s}{k_t \cdot H} = \frac{1 \cdot 2400}{30} = 80 \frac{\text{мм/с}}{\text{мм}} = 0,08 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$$

Масштаб графика изменения ускорения  $k_a$  определится соответственно из выражения

$$k_a = \frac{k_s}{k_t^2 \cdot H \cdot H_1} = \frac{k_v}{k_t \cdot H_1} = \frac{0,08 \cdot 2400}{20} = 9,6 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$$

где  $H$  и  $H_1$  — полюсные расстояния, равные соответственно 30 и 20 мм. Обычно полюсные расстояния рекомендуется брать в диапазоне 20–50 мм.

## 3. Определение минимального радиуса кулачка

Как уже отмечалось, определение минимального радиуса кулачка  $R_{\min}$  является задачей динамического синтеза кулачковых механизмов.

Для определения кулачка  $R_{\min}$  необходимо, используя известную величину минимального угла передачи  $\mu_{\min} = 90^\circ - \gamma_{\max} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$  (где  $\gamma_{\max} = 40^\circ$  — предельное значение угла давления), построить допустимую область расположения центров вращения кулачка.

Из произвольной точки  $O$  (рис. 3, прил. 2) проводим вертикальную линию, на которой в принятом масштабе  $k_s$  откладываем перемещения толкателя в положение 0, 1, 2, ..., 14 соответственно графику.

В точке 6 толкатель поднят вверх (максимальный ход). Время его стояния соответствует точкам 7, 8, затем начинается опускание толкателя до возврата в первоначальное положение, в точку 14.

Перпендикулярно данной линии через точки 0, 1, 2, ..., 14 проводим прямые, на которых откладываем векторы  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{14}$ .

Величины этих векторов можно определить по формуле

$$z_i = \frac{v_{2i}}{\omega_1 \cdot k_s} = \frac{\bar{v}_{2i} \cdot k_v}{\omega_1 \cdot k_s} = 1,27 \bar{v}_{2i} \text{ мм},$$

где  $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 600}{30} = 63 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;  $k_v = 0,08 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}^2}$ ;  $k_s = 0,001 \text{ м/мм}$ , отрезки берем непосредственно из графика, мм.

$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$	$z_9$	$z_{10}$	$z_{11}$	$z_{12}$	$z_{13}$	$z_{14}$
0	12,7	38,1	50,8	38,1	12,7	0	0	0	12,7	38,1	50,8	38,1	12,7	0

Векторы  $z_i$  откладываются перпендикулярно линии хода толкателя в сторону, в которую смотрят векторы  $\bar{v}_{2i}$ , повернутые на  $90^\circ$  по вращению кулачка. В нашем примере векторы  $z_1, z_2, \dots, z_5$  отложены влево; а векторы  $z_9, z_{10}, \dots, z_{13}$  — вправо.

Концы векторов обводим плавной кривой.

Определяем допустимую область расположения центров вращения кулачка. Для этого от вершин векторов  $z_i$  проводим лучи под углом  $\mu_{\min} = 90^\circ - \gamma_{\max} = 50^\circ$ . Лучи от вершин векторов максимальных значений  $z$  (в нашем примере  $z_3$  и  $z_{11}$ ) пересекаются в точке  $O_1$  и образуют допустимую область расположения центров вращения центрального кулачка.

Откладываем величину эксцентриситета

$$\bar{e} = \frac{e}{k_s} = \frac{12 \text{ [мм]}}{1 \text{ [мм/мм]}} = 12 \text{ мм}$$

и получаем точку  $O_2$ .

Выделенная область  $AO_2B$  является допустимой областью расположения центров вращения кулачка с эксцентриситетом  $e$ .

Любая точка, лежащая внутри этой области или на ее границах, может служить центром вращения кулачка, так как этому положению соответствует условие  $\mu \geq \mu_{\min}$ .

Минимальный размер кулачка получается, если центр его вращения совпадает с точкой  $O_2$ .

Определим минимальный радиус вращения кулачка

$$R_{\min} = \overline{OO_2} \cdot k_s = 57 \cdot 1 = 57 \text{ мм}.$$

#### 4. Построение теоретического и практического профиля кулачка

Профилирование кулачка проводим методом обращения движения, который заключается в следующем: если движущейся системе, состоящей из нескольких тел, сообщить добавочное, общее для всех тел, движение, то относительное движение системы тел, несмотря на изменившееся абсолютное движение каждого из них, останется неизменным.

В случае применения к задаче синтеза кулачковых механизмов этот метод выражается в следующем: мысленно придаем всему механизму вращение вокруг центра вращения кулачка с угловой скоростью  $(-\omega_1)$ , равной по величине, но противоположной по направлению угловой скорости кулачка. Тогда угловая скорость кулачка станет равной нулю, т.е. кулачок как бы остановится.

Толкатель, помимо своего абсолютного движения, получит добавочное движение – вращение вокруг оси кулачка с угловой скоростью  $(-\omega_1)$ .

При этом относительное расположение толкателя и кулачка не нарушится, и при любых произвольно выбранных положениях ролик всегда касается профиля шайбы; вследствие чего расстояние от центра ролика до центра вращения кулачка остается в обращенном движении равным тому же расстоянию, что и при прямом.

Таким образом, метод обращения движения позволяет при проектировании рассматривать вместо абсолютного движения толкателя его движение относительно кулачка, сам же кулачок становится как бы неподвижным звеном.

Построение проводим в принятом масштабе  $k_s$ . Из произвольной точки  $O_1$  (рис. 4, прил. 2) проводим окружности радиусов

$$\overline{R_{min}} = \frac{R_{min}}{k_s} = \frac{57}{1} = 57 \text{ мм и } \bar{e} = 12 \text{ мм.}$$

Окружность радиуса  $\bar{e}$  делим на 24 равные части: 0, 1, 2, ..., 23 и проводим радиусы к этим точкам. Обозначения точек деления производим, исходя из метода обращения движения, т.е. против вращения кулачка.

Проводим касательные к окружности  $\bar{e}$  в точках 0, 1, 2, ..., 23. Их пересечения с окружностью  $\overline{R_{min}}$  дадут точки  $0', 1', 2', \dots, 23'$ .

От точек  $0', 1', 2', \dots, 23'$  на продолжении касательных откладываем перемещения согласно графику (рис. 2в, прил. 2);

$$O'-O'' = \bar{s}_0 = 0; \quad 1'-1'' = \bar{s}_1; \quad 2'-2'' = \bar{s}_2 \text{ и т.д.}$$

Точки  $0'', 1'', 2'', \dots, 23''$  принадлежат теоретическому профилю кулачка. Обводя эти точки плавной кривой, получаем теоретический профиль кулачка.

Строим практический (рабочий) профиль кулачка. Для этого из точек теоретического профиля, как центров, проводим окружности радиусом ролика

$$\bar{r} = \frac{r}{k_s} = \frac{10 \text{ [мм]}}{1 \text{ [мм/мм]}} = 10 \text{ мм}$$

Огибающая этих окружностей является практическим профилем кулачка.

### 5. Определение фактических углов передачи

Синтез кулачкового механизма заканчиваем построением диаграммы изменения угла передачи  $\mu_i = \mu(t)$  (рис. 5, прил. 2).

В каждом положении кулачкового механизма угол передачи  $\mu_i$  равен углу между отрезком  $z_i$  и прямой, соединяющей конечную точку этого отрезка с центром вращения  $O_1$  кулачка. При этом необходимо учитывать, что угол передачи  $\mu$  не может быть больше  $90^\circ$  и меньше  $50^\circ$  ( $90^\circ \geq \mu_i \geq \mu_{\min}$ ).

Найденные по чертежу значения угла передачи  $\mu_i$  приведены в таблице и по ним построена диаграмма в масштабе  $k_\mu = 1$  град/мм.

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

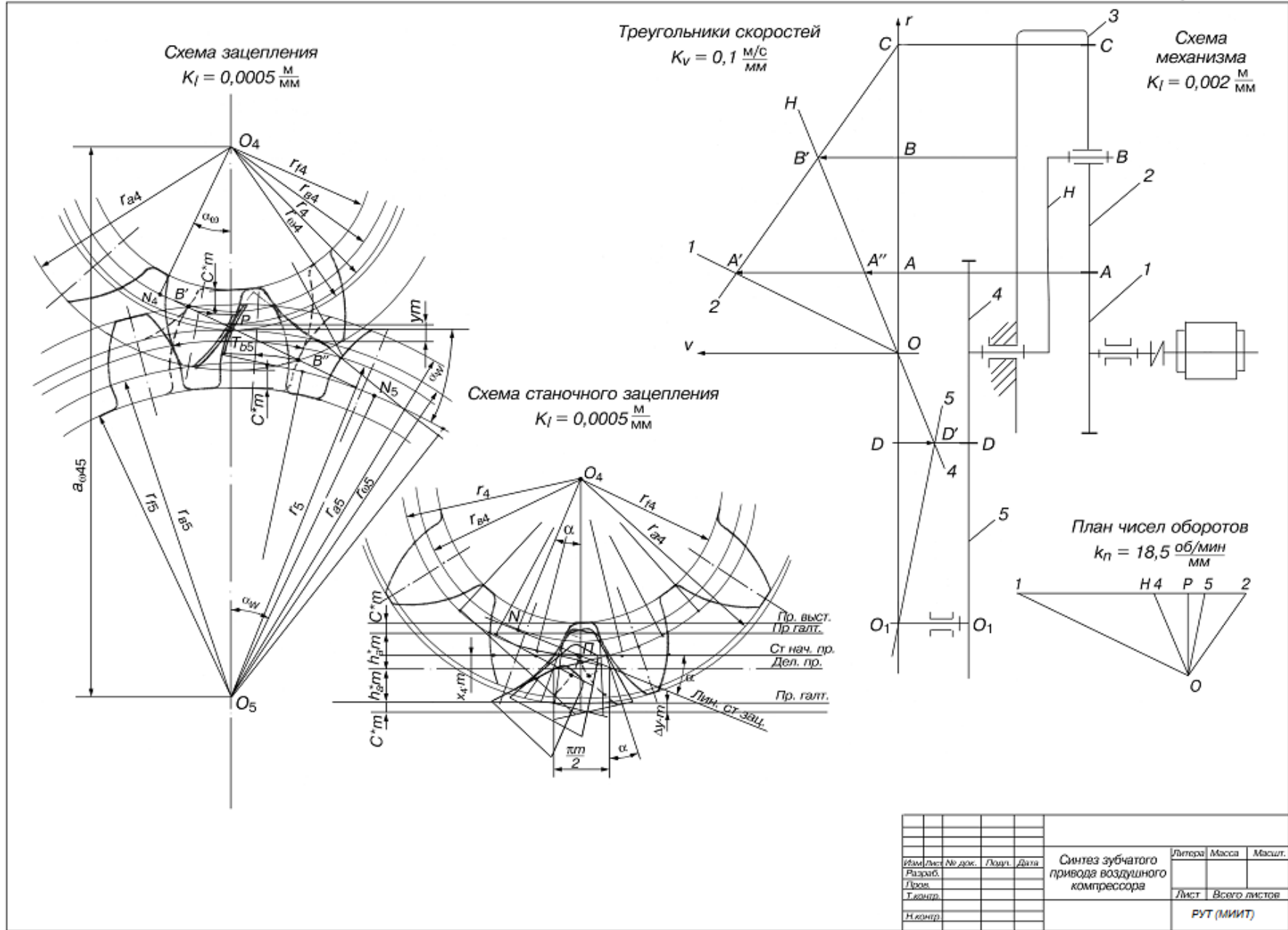




Таблица значений инволют:  $\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{tg}\alpha - \alpha$ 

$\alpha^\circ$	Порядок	0′	10′	20′	30′	40′	50′
20	0,0	14904	15293	15689	16092	16502	16920
21	0,0	17345	17777	18217	18665	19120	19583
22	0,0	20054	20533	21019	21514	22018	22529
23	0,0	23044	23577	24114	24660	25214	25778
24	0,0	26350	26931	27521	280121	28729	29348
25	0,0	29975	30613	31260	31917	32583	33260
26	0,0	03347	34644	35352	36069	36798	37573
27	0,0	38297	39047	39819	40602	41395	42201
28	0,0	43017	43845	44685	45537	46400	47276
29	0,0	48164	49064	49976	50901	51838	52788
30	0,0	48164	54728	55717	56720	57736	58765
31	0,0	58809	60856	61937	63022	64122	65236
32	0,0	66364	67507	68665	69838	71026	72230
33	0,0	73449	74684	75934	772200	78483	79781
34	0,0	81097	82428	83777	85142	86525	87925
35	0,0	89342	90777	92230	93701	95190	96698
36	0,	09822	09977	10133	10292	10452	10614
37	0,	10778	10944	11113	11283	11455	11603
38	0,	11806	11985	12165	12348	12534	12721
39	0,	12911	13102	13297	13493	13692	13893
40	0,	14097	14303	14511	14722	14936	15152
41	0,	15370	15591	15815	16041	16270	16502